GRAHA ILMU

Mekanika Rekayasa

Memberikan pemahaman mengenai konsep keseimbangan gaya pada perhitungan reaksi dan gaya-gaya dalam struktur statis tertentu dan melatih ketrampilan dalam perhitungan reaksi dan gaya dalam untuk berbagai jenis struktur statis tertentu.

WESLI

Mekanika Rekayasa

GRAHA ILMU

Mekanika Rekayasa

WESLI

MEKANIKA REKAYASA

Oleh : Wesli

M I L I K
Badan Perpustakaan
dan Kearsipan
Propinsi Jawa Timur
350.527/BPK/P/2011

Edisi Pertama
Cetakan Pertama, 2010

Hak Cipta © 2010 pada penulis,
Hak Cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun, secara elektronis maupun mekanis, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya, tanpa izin tertulis dari penerbit.

GRAHA ILMU
Ruko Jambusari No 7A
Yogyakarta 55283
Telp. : 0274-889836; 0274-889398
Fax. : 0274-889057
E-mail : info@grahailmu.co.id

Wesli
MEKANIKA REKAYASA/Wesli
-Edisi Pertama-Yogyakarta; Graha Ilmu, 2010
x + 202 hlm, 1 Jil.: 23 cm.

ISBN: 978-979-756-691-3

1. Teknik I. Judul

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah swt. Tuhan pemilik alam semesta, dan tak lupa pula shalawat beriring salam kepada pelopor ilmu pengetahuan dunia Nabi Muhammad saw. yang membawa manusia dari alam kegelapan ke alam yang berilmu pengetahuan.

Penulis menyadari bahwa sebagai manusia persembahan karya tulis berupa Buku ini sekedar penuangan pengetahuan dan ilmu yang amat sedikit yang diberikan Allah swt. dibandingkan dengan ilmu yang dimilikiNya. Namun dengan ilmu dan pengetahuan yang sedikit ini pula penulis mencoba menuangkan dalam bentuk sajian yang berjudul: "MEKANIKA REKAYASA."

Uraian-uraian dalam buku ini dimaksudkan untuk memaparkan pemahaman tentang Mekanika rekayasa dan cara-cara perhitungan yang dilengkapi dengan contoh-contoh soal yang diuraikan secara sederhana agar mudah dipelajari khususnya bagi mahasiswa jurusan Teknik Sipil.

Ucapan terima kasih kepada Bapak Prof. Drs. A. Hadi Arifin, M.Si selaku Rektor Universitas Malikussaleh, Bapak Ir. Samsul Bahri, M.Si selaku Dekan Fakulktas Teknik atas dukungan morilnya pada

penulisan buku ini, Fadlisyah, S.Si, yang telah memberikan ide untuk menerbitkan karya tulis ini ke penerbit GRAHA ILMU.

Akhirnya sebuah pengakuan dari penulis bahwa karya tulis ini masih jauh dari titik kesempurnaan dan hanya kepada Allah swt. jualah penulis berserah diri dengan memohon keampunanNya. Amiin.

Penulis

Ir. Wesli, MT

SAMBUTAN KETUA JURUSAN TEKNIK SIPIL UNIVERSITAS MALIKUSSALEH

Apresiasi yang tinggi kami disampaikan kepada Bapak Ir. Wesli, MT salah seorang dosen pada Jurusan Teknik Sipil Universitas Malikussaleh Lhokseumawe yang telah bersusah payah menyusun Buku dengan Judul "Mekanika Rekayasa". Buku ini sangat bermanfaat bagi pembaca dimanapun yang ingin mempelajari masalah ini khususnya bagi mahasiswa jurusan Teknik Sipil Universitas Malikussaleh Lhokseumawe yang mana buku seperti ini sangat sulit didapatkan khususnya di NAD.

Merupakan kebanggaan bagi jurusan Teknik Sipil Universitas Malikussaleh atas diterbitkannya buku ini yang merupakan sebuah karya dari salah seorang dosen yang produktif sebagai tanggung jawab profesi dalam memperkaya khasanah buku ketekniksipilan.

Kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Bapak Ir. Wesli, MT yang telah berkarya dan tak lupa juga berterima kasih kepada penerbit yang telah bersedia menerbitkan buku ini serta berbagai pihak yang telah bersedia mendukung penerbitannya.

Akhir kata semoga buku ini dapat bermanfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan khususnya di Indonesia.

Jurusan Teknik Sipil
Universitas Malikussaleh
Ketua

Said Jalalul Akbar, ST., MT

DAFTAR ISI

Kata Pengantar v
Sambutan Ketua Jurusan Teknik Sipil Universitas Malikussaleh vii
Daftar Isi ix

BAB 1 PENDAHULUAN 1

1.1 Gaya 3
1.2 Momen 9
1.3 Tumpuan 11
1.4 Muatan 12

BAB 2 BALOK DI ATAS DUA TUMPUAN 15

2.1 Reaksi Tumpuan 16
2.2 Bidang Momen 35
2.3 Bidang Gaya Lintang 55
2.4 Bidang Normal 79
2.5 Konstruksi Kentilever (Overstek) 83
2.6 Konstruksi Gabungan Balok dan Kentilever 90
2.7 Soal dan Penyelesaian 93

BAB 3 GARIS PENGARUH 103

3.1 Garis Pengaruh Reaksi Tumpuan 104

3.2 Garis Pengaruh Momen dan Gaya Lintang 109
3.3 Garis Pengaruh Momen dan Gaya Lintang Pada Beban Terbagi rata 125
3.4 Menghitung Momen Maksimum dan Letak Momen Maksimum Menggunakan Garis Pengaruh 133

BAB 4 KONSTRUKSI BERSENDI BANYAK 143

4.1 Konstruksi Dengan Beban Terpusat 144
4.2 Konstruksi Dengan Beban Terbagi Rata 165

BAB 5 KONSTRUKSI PORTAL 173

5.1 Portal dengan kaki sama tinggi 177
5.2 Portal dengan kaki tidak sama tinggi 187

Daftar Pustaka 197
Tentang Penulis 199

BAB 1

PENDAHULUAN

Menjelaskan tentang dasar-dasar Mekanika Rekayasa untuk memahami gaya, resultan gaya, pengertian momen, pemahaman mengenai tumpuan sehingga diharapkan dengan mempelajari bab ini maka pembaca dapat memahami dasar Mekanika Rekayasa dan prinsip Statis Tertentu

Sebuah konstruksi dibuat dengan ukuran-ukuran fisik tertentu haruslah mampu menahan gaya-gaya yang bekerja dan konstruksi tersebut harus kokoh sehingga tidak hancur dan rusak. Konstruksi dikatakan kokoh apabila konstruksi tersebut dalam keadaan stabil, kestabilan tersebut akan terjadi jika gaya-gaya yang bekerja pada konstruksi tersebut dalam arah vertikal dan horizontal saling menghilangkan atau sama dengan nol demikian juga dengan momen-momen yang bekerja pada konstruksi tersebut pada setiap titik buhul atau titik kumpul saling menghilangkan atau sama dengan nol.

Mekanika Rekayasa merupakan ilmu yang mempelajari tentang gaya-gaya yang bekerja pada konstruksi dengan prinsip keseimbangan gaya. Dalam ilmu mekanika rekayasa terdapat metode penyelesaian dengan statis tertentu dan metode penyelesaian dengan metode statis tak tentu. Pada Metode statis tertentu berlaku prinsip keseimbangan gaya-gaya dalam arah vertikal dan horizontal dan keseimbangan momen pada tumpuan dan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\sum K_V = 0 \quad \text{.....} \quad (1.1)$$

$$\sum K_H = 0 \quad \text{.....} \quad (1.2)$$

$$\sum M = 0 \quad \text{.....} \quad (1.3)$$

di mana:

K_V = Gaya-gaya vertikal

K_H = Gaya-gaya horizontal

M = Momen

Dari persamaan di atas dapat dinyatakan bahwa jumlah aljabar gaya-gaya pada arah vertikal haruslah sama dengan nol (persamaan 1.1), jumlah aljabar gaya-gaya dalam arah horizontal haruslah sama dengan nol (persamaan 1.2) dan jumlah momen pada titik tumpuan haruslah sama dengan nol. Dengan demikian terdapat 3 variabel yang akan diselesaikan dengan 3 buah persamaan. Secara matematis variabel tesebut dapat diselesaikan dengan cara persamaan linear. Pada metode statis tak tentu ketiga hukum keseimbangan tersebut masih berlaku namun variabel yang akan diselesaikan lebih dari 3 buah sehingga diperlukan sejumlah persamaan lain sesuai dengan jumlah variabel yang akan diselesaikan, metode ini umumnya digunakan pada konstruksi bangunan bertingkat banyak .

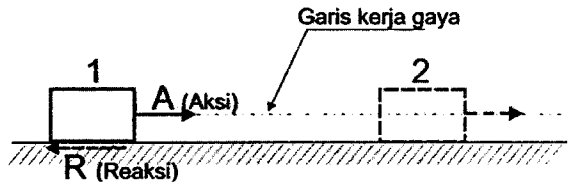
Dalam buku ini metode yang akan dibahas hanya metode statis tertentu saja, untuk metode statis tak tentu akan dibahas pada buku

lainnya. Pada buku ini akan dibahas tentang gaya lintang, gaya normal dan momen yang bekerja masing-masing pada balok yang ditumpu oleh dua tumpuan, balok gerber, balok kentilever dengan berbagai cara penyelesaian termasuk penyelesaian dengan garis pengaruh dan pada bagian akhir akan dibahas konstruksi portal yaitu konstruksi balok yang ditumpu oleh tiang. Pada setiap bagian akan diberikan contoh-contoh penyelesaian soal.

Untuk lebih mudah memahami dan mempelajari mekanika rekayasa diharapkan pembaca terlebih dahulu mengerti dan memahami tentang materi vektor pada ilmu matematika. Vektor adalah sebuah besaran yang mempunyai arah.

1.1 Gaya

Gaya merupakan kekuatan yang dapat membuat benda yang dalam keadaan diam menjadi bergerak. Gaya biasanya dilambangkan sebagai besaran yang mempunyai arah dan digambarkan seperti vektor. Gaya bekerja sepanjang bidang/jejak yang dilaluinya dan disebut dengan garis kerja gaya. Titik tangkap dari sebuah gaya dapat dipindahkan sepanjang garis kerja gaya. Apabila pada sebuah benda dikerjakan sebuah gaya baik diangkat, ditarik atau didorong maka akan ada perlawanan terhadap gaya tersebut dan gaya perlawanan tersebut disebut dengan Reaksi. Besarnya reaksi sama dengan besarnya gaya yang dikerjakan (aksi).



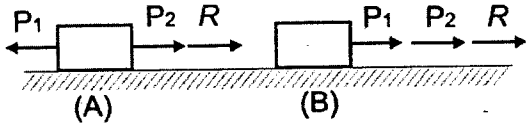
Gambar 1.1 *Gaya Aksi dan Gaya Reaksi*

Dari Gambar 1.1 diperlihatkan sebuah benda pada posisi 1 diberi gaya aksi yang mengakibatkan benda berpindah tempat pada posisi 2 hal ini terjadi karena gaya aksi lebih besar dari gaya reaksi. Apabila gaya reaksi sama dengan gaya aksi maka benda akan tetap dalam keadaan diam. Gaya reaksi ditimbulkan dari gaya gesekan antara berat benda dengan lantai tempat benda tersebut berada.

Apabila ada 2 buah gaya atau lebih bekerja pada sebuah benda maka dapat dilakukan penggabungan gaya-gaya tersebut yang disebut dengan Resultan Gaya (R). Jika gaya-gaya yang bekerja searah maka resultannya adalah penjumlahan dari gaya-gaya tersebut dan jika gaya-gaya yang bekerja berlawanan arah maka resultannya adalah pengurangan dari gaya-gaya tersebut atau secara matematis dinyatakan dengan jumlah aljabar dengan pengertian besaran mutlak dari gaya tersebut dijumlahkan antara yang bertanda positif dengan yang bertanda negatif dan arah gaya resultan tergantung dari arah gaya yang mempunyai besaran mutak yang lebih besar.

Contoh 1.1

Pada sebuah benda bekerja gaya P1 = 1,5 ton dan P2 = 2 ton (seperti diperlihatkan Gambar 1.2, Apabila gaya P1 bekerja ke arah kiri dan P2 bekerja ke arah kanan (Gambar 1.2.a) tentukan besarnya gaya Resultan dan arahnya. Apabila gaya P1 bekerja ke arah kanan dan P2 bekerja ke arah kanan juga (Gambar 1.2.b) tentukan besarnya gaya Resultan dan arahnya



Gambar 1.2 *Resultan Gaya*

Penyelesaian:

Pada Kondisi 1 (Gambar A) P1 arah ke kiri sebesar 1,5 ton dan P2 arah ke kanan sebesar 2 ton. Apabila arah ke kiri dinyatakan negatif (-) dan

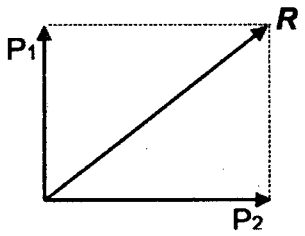
arah ke kanan dinyatakan positif (+) maka besarnya Resultan Gaya dan arahnya adalah:

$R = P_1 + P_2 = -1{,}5 + 2 = +0{,}5$ ton (karena positif maka arahnya ke kanan)

Pada Kondisi 2 (Gambar B) P1 arah ke kanan sebesar 1,5 ton dan P2 arah ke kanan sebesar 2 ton. Apabila arah ke kiri dinyatakan negatif (-) dan arah ke kanan dinyatakan positif (+) maka beasarnya Resultan Gaya dan arahnya adalah:

$R = P_1 + P_2 = +1{,}5 + 2 = +2{,}5$ ton (karena positif maka arahnya ke kanan)

Pada 2 buah gaya yang bekerja pada sebuah benda saling tegak lurus maka penggabungan gaya-gaya tersebut (Resultan Gaya R) dapat dilakukan dengan membentuk empat persegi dari kedua gaya tersebut dan besarnya resultan sebesar diagonal dari empat persegi tersebut atau jumlah kuadrat dari akar gaya-gaya tersebut.



Gambar 1.3 *Resultan Gaya*

Dari Gambar 1.3 diperlihatkan gaya P_1 tegak lurus dengan gaya P_2, penggabungan dari kedua gaya tersebut diperoleh Resultan sebesar:

$$R = \sqrt{P_1^{\,2} + P_2^{\,2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.4)$$

di mana:

R = Resultan gaya

P_1 = Gaya vertikal

P_2 = Gaya horizontal

Contoh 1.2

Pada sebuah benda bekerja dua buah gaya saling tegak lurus di mana P1 = 1,75 ton dan P2 = 2 ton (seperti diperlihatkan Gambar 1.3, Apabila gaya P1 bekerja ke arah atas dan P2 bekerja ke arah kanan tentukan besarnya gaya Resultan dan arahnya.

Penyelesaian:

P_1 arah ke atas sebesar 1,75 ton dan P_2 arah ke kanan sebesar 2 ton maka besarnya gaya Resultan dan arahnya adalah:

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = \sqrt{1{,}75^2 + 2^2}$$

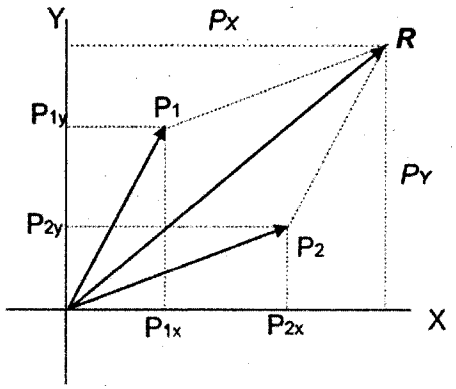
$R = 2{,}66$ ton (arah ke kanan atas)

Untuk 2 buah gaya yang bekerja membentuk sudut dengan bidang datar maka penggabungan dari kedua gaya tersebut dilakukan dengan melukiskan jajaran genjang dan Resultan gaya tersebut adalah diagonal dari jajaran genjang tersebut seperti diperlihatkan pada Gambar 1.4 berikut

Gaya P_1 diproyeksikan ke sumbu x dan sumbu y menjadi P_{1x} dan P1y dan gaya P_2 diproyeksikan ke sumbu x dan sumbu y menjadi P_{2x} dan P_{2y} sehingga:

$$P_{1x} = P_1 \cos\alpha \text{ dan} \qquad P_{1y} = P_1 \sin\alpha$$

$$P_{2x} = P_2 \cos\alpha \text{ dan} \qquad P_{2y} = P_2 \sin\alpha$$



Gambar 1.4 *Resultan Gaya dengan membentuk sudut*

Sehingga:

$$P_X = P_{1x} + P_{2x} \text{ dan } P_Y = P_{1y} + P_{2y}$$

Resultan Gaya tersebut menjadi:

$$R = \sqrt{P_X^{\,2} + P_Y^{\,2}} \quad \text{.....(1.5)}$$

di mana:

R = Resultan gaya

P_X = Jumlah gaya arah sumbu X

P_Y = Jumlah gaya arah sumbu Y

Besar sudut Resultan Gaya terhadap bidang datar X menjadi:

$$tg\alpha = \frac{P_Y}{P_X} \quad \text{.....} \qquad (1.6)$$

di mana:

$tg\alpha$ = tangen sudut α

P_X = Jumlah gaya arah sumbu X

P_Y = Jumlah gaya arah sumbu Y

Contoh 1.3

Pada sebuah benda bekerja dua buah gaya yaitu gaya P_1 = 1,75 ton yang membentuk sudut 60° dengan bidang datar sumbu X dan gaya P_2 = 2 ton yang membentuk sudut 15° dengan bidang datar sumbu X. Tentukan besar Resultan gaya dan besar sudut Resultan terhadap bidang datar sumbu X.

Penyelesaian:

P_1 membentuk sudut 60° sebesar 1,75 ton dan P_2 membentuk sudut 15° sebesar 2 ton maka Proyeksi P_1 dan P_2 adalah sebagai berikut:

$$P_{1x} = P_1 \cos\alpha = 1{,}75.\cos 60° = 0{,}875\, ton$$

$$P_{1y} = P_1 \sin\alpha = 1{,}75.\sin 60° = 1{,}5155\, ton$$

$$P_{2x} = P_2 \cos\alpha = 2.\cos 15° = 1{,}932\, ton$$

$$P_{2y} = P_2 \sin\alpha = 2.\sin 15° = 0{,}5176\, ton$$

Sehingga:

$$P_X = P_{1x} + P_{2x} = 0{,}875 + 1{,}932 = 2{,}807\, ton$$

$$P_Y = P_{1y} + P_{2y} = 1{,}5155 + 0{,}5176 = 2{,}0331\, ton$$

Resultan Gaya tersebut menjadi:

$$R = \sqrt{P_X{}^2 + P_Y{}^2}$$

$$R = \sqrt{2{,}807^2 + 2{,}0331^2}$$

$$R = \sqrt{7{,}879249 + 4{,}13349561} = 3{,}466\, ton$$

Besar sudut Resultan Gaya terhadap bidang datar X menjadi:

$$tg\alpha = \frac{P_Y}{P_X}$$

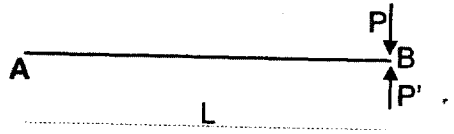
$$tg\alpha = \frac{2{,}0331}{2{,}807} = 0{,}7243$$

Sehingga:

$$\alpha = 35{,}91°$$

1.2 Momen

Momen terjadi apabila sebuah gaya bekerja mempunyai jarak tertentu dari titik yang akan menahan momen tersebut dan besarnya momen tersebut adalah besarnya gaya dikalikan dengan jaraknya. Satuan untuk momen adalah satuan berat jarak (tm, kgm, kgcm, dsb.)



Gambar 1.5 *Gaya dan Momen*

Dari gambar 1.5 dapat dijelaskan bahwa apabila gaya sebesar P dikerjakan di titik B maka akan timbul momen di titik A sebesar:

$$M_A = P.L \ (+) \quad \text{.....(1.7)}$$

$$M_B = 0 \quad \text{.....(1.8)}$$

Momen pada titik A bertanda positif karena arah putaran gaya P terhadap titik A berputar searah dengan arah jarum jam. Momen pada titik B adalah nol sebab tidak ada jarak antara posisi gaya P dengan titik B.

Pada kondisi lain apabila gaya sebesar P' dikerjakan di titik B maka akan timbul momen di titik A sebesar:

$$M_A = P.L \text{ (-)} \quad \text{.....(1.9)}$$

$$M_B = 0 \quad \text{.....(1.10)}$$

Momen pada titik A bertanda negatif karena arah putaran gaya P' terhadap titik A berputar berlawanan arah dengan arah jarum jam. Momen pada titik B adalah nol sebab tidak ada jarak antara posisi gaya P' dengan titik B.

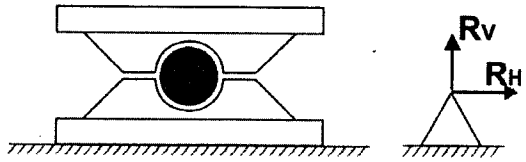
Jarak gaya terhadap titik momen yang ditinjau sangat besar pengaruhnya terhadap besarnya momen yang timbul hal ini dapat diilustrasikan pada keadaan apabila kita ingin membuka ban mobil yang bocor maka kita akan mengunakan kunci roda. Pada saat kita membuka baut (mur) ban mobil tersebut pasti terasa berat maka kita akan menambahkan besi bulat yang bisa dimasukkan kekunci roda tersebut sehingga jarak tangan kita pada saat menekan kunci roda tersebut menjadi lebih jauh sehingga untuk membuka ban mobil tadi akan semakin ringan, hal ini terjadi disebabkan karena jarak antara gaya yang diberikan dengan baut ban mobil menjadi semakin besar sehingga momen yang ditimbulkan juga akan semakin besar meskipun gaya yang diberikan tetap sama. Dari ilustrasi di atas dapat dinyatakan bahwa jarak dari gaya yang bekerja terhadap titik momennya sangat mempengaruhi besarnya momen.

1.3 Tumpuan

Tumpuan merupakan tempat perletakan konstruksi atau dukungan bagi konstruksi dalam meneruskan gaya-gaya yang bekerja ke pondasi. Dalam ilmu mekanika rekayasa dikenal 3 jenis tumpuan yaitu tumpuan sendi, tumpuan rol dan tumpuan jepit.

a. Tumpuan Sendi

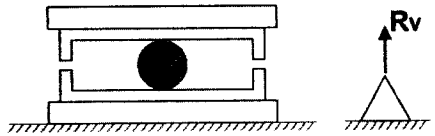
Tumpuan sendi sering disebut dengan Engsel karena cara bekerja mirip dengan cara kerja engsel. Tumpuan sendi mampu memberikan reaksi arah vertikal dan reaksi horizontal artinya tumpuan sendi dapat menahan gaya vertikal dan gaya horizontal atau terdapat 2 buah variabel yang akan diselesaikan (Rv dan Rh). Tumpuan sendi ini tidak dapat menahan momen. Tumpuan Sendi seperti diperlihatkan pada Gambar 1.6.



Gambar 1.6 *Tumpuan Sendi*

b. Tumpuan Rol

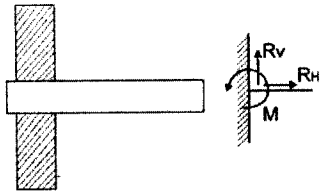
Tumpuan Rol adalah tumpuan yang dapat bergeser ke arah horizontal sehingga tumpuan ini tidak dapat menahan gaya horizontal. Pada tumpuan rol terdapat roda yang dapat bergeser yang gunanya untuk mengakomodir pemuaian pada konstruksi sehingga konstruksi tidak rusak. Tumpuan rol hanya mampu memberikan reaksi arah vertikal artinya tumpuan rol hanya dapat menahan gaya vertikal saja sehingga hanya terdapat 1 buah variabel yang akan diselesaikan (Rv). Tumpuan ini tidak dapat menahan momen. Tumpuan Rol seperti diperlihatkan Gambar 1.7.



Gambar 1.7 *Tumpuan Rol*

c. Tumpuan Jepit

Tumpuan Jepit berupa balok yang terjepit pada tiang (kolom) seperti diperlihatkan pada Gambar 1.8 di mana pada tumpuan ini mampu memberikan reaksi terhadap gaya vertikal, gaya horizontal bahkan mampu memberikan reaksi terhadap putaran momen. Sehingga pada tumpuan jepit terdapat 3 buah variabel yang akan diselesaikan (Rv dan Rh dan Momen).

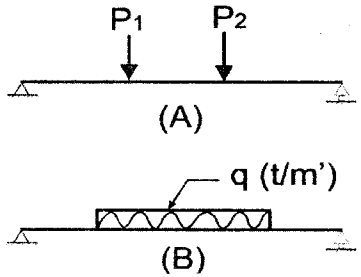


Gambar 1.8 *Tumpuan Jepit*

1.4 Muatan

Muatan adalah beban luar yang bekerja pada konstruksi. Secara umum muatan terdiri dari 2 jenis yaitu muatan terpusat dan muatan terbagi rata. Meskipun ada yang disebut dengan muatan segitiga atau muatan trapesium namun sebenarnya muatan tersebut termasuk muatan terbagi rata.

Muatan terpusat adalah beban yang bekerja secara terpusat di satu titik saja sedangkan muatan terbagi rata adalah beban yang bekerja secara merata disepanjang balok tergantung dari panjang muatan terbagi rata tersebut. Untuk lebih memahami muatan terbagi rata seperti diperlihatkan pada Gambar 1.9.



Gambar 1.9 *Muatan Terpusat dan Muatan Terbagi rata*

Pada Gambar 1.9.a menggambarkan suatu muatan terpusat (P_1 dan P_2) sedangkan Gambar 1.9.b menggambarkan suatu muatan terbagi rata yang besarnya q (t/m')

Muatan juga dapat dibedakan sebagai muatan tetap dan muatan bergerak (muatan sementara). Muatan tetap adalah muatan yang tetap pada kedudukannya (tidak berubah-ubah) baik besarnya maupun letaknya, contohnya adalah berat sendiri. Muatan bergerak atau muatan sementara adalah muatan yang selalu berubah-ubah baik besarnya maupun letaknya, contohnya adalah muatan kendaraan yang melalui jembatan atau muatan peralatan rumah tangga atau peralatan kantor pada gedung. Muatan sementara pada gedung dapat dilihat pada Peraturan Muatan Indonesia (PMI) 1970, NI-18

Soal Latihan

1. Jelaskan tentang Konstruksi yang dikatakan Kokoh!
2. Jelaskan tentang Mekanika Rekayasa!
3. Jelaskan yang dimaksud dengan Gaya!
4. Apa yang dimaksud dengan Resultan Gaya?
5. Apa yang dimaksud dengan Momen?
6. Jelaskan tentang tumpuan pada konstruksi!
7. Jelaskan tentang Muatan!

-oo0oo-

BAB 2

BALOK DI ATAS DUA TUMPUAN

Menjelaskan tentang prinsip balok di atas 2 buah tumpuan dan pengertian beban terpusat, beban terbagirata dan cara penyelesaian reaksi tumpuan akibat beban luar. Dalam bagian ini juga dijelaskan penyelesaian momen, gaya lintang, gaya normal serta cara penggambaran bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal kemudian pemahaman tentang konstruksi kentilever (overstek). Dengan mempelajari bab ini maka pembaca dapat menyelesaikan momen yang bekerja akibat gaya luar dan besarnya gaya lintang serta gaya normal pada konstruksi balok di atas 2 buah tumpuan.

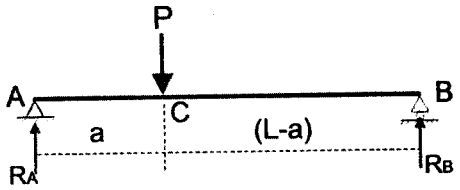
Telah dijelaskan bahwa tumpuan terdiri dari 3 jenis yaitu sendi, rol dan jepit dan tumpuan merupakan tempat perletakan balok yang akan meneruskan gaya-gaya tersebut ke pondasi. Balok yang diletakkan di atas 2 tumpuan dalam bagian ini dengan tumpuan sendi dan rol.

2.1 Reaksi Tumpuan

Reaksi tumpuan terjadi akibat adanya aksi. Pada balok sederhana reaksi tumpuan dihitung dengan prinsip keseimbangan gaya yaitu jumlah gaya-gaya arah vertikal sama dengan nol (persamaan 1.1) dan jumlah gaya-gaya arah horizontal sama dengan nol (persamaan 1.2) serta jumlah momen pada titik tumpuan sama dengan nol (persamaan 1.3).

2.1.1 Reaksi tumpuan beban terpusat

Sebuah balok sederhana sepanjang L seperti diperlihatkan pada Gambar 2.1 dibebani dengan beban terpusat sebesar P dengan jarak a dari titik A. Reaksi tumpuan dapat ditentukan dengan cara:



Gambar 2.1 *Reaksi Tumpuan dari Balok sederhana dengan beban terpusat*

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.L - P.(L-a) = 0$$

$$R_A = \frac{P.(L-a)}{L}$$

$$R_A = \frac{P.L}{L} - \frac{P.a}{L} \quad \text{..... (2.1)}$$

$$R_A = P - (\frac{P.a}{L})$$

di mana:

R_A = Reaksi tumpuan pada titik A
P = Beban terpusat yang bekerja pada balok AB
a = Jarak beban P dari sisi kiri balok AB
L = Panjang bentang balok AB

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

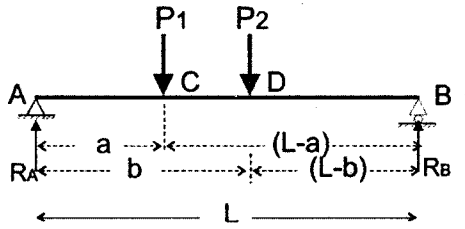
$$-R_B.L + P.a = 0$$

$$R_B = \frac{P.a}{L} \quad \text{..... (2.2)}$$

di mana:

R_B = Reaksi tumpuan pada titik B
P = Beban terpusat yang bekerja pada balok AB
a = Jarak beban P dari sisi kiri balok AB
L = Panjang bentang balok AB

Untuk balok yang dibebani lebih dari 1 muatan terpusat (Gambar 2.2) maka reaksi tumpuan dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:



Gambar 2.2 *Reaksi Tumpuan beban terpusat lebih dari satu beban*

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

M I L I K
Badan Perpustakaan
Dan Kearsipan

$$R_A.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) = 0$$

$$R_A = \frac{P_1.(L-a) + P_2.(L-b)}{L} \quad \text{..... (2.3)}$$

di mana:

R_A = Reaksi tumpuan pada titik A
P_1, P_2 = Beban terpusat yang bekerja pada balok AB
a, b = Jarak beban P dari sisi kiri balok AB
L = Panjang bentang balok AB

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$R_B = \frac{P_2.b + P_1.a}{L} \quad \text{..... (2.4)}$$

di mana:

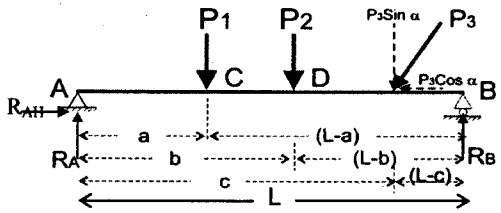
R_B = Reaksi tumpuan pada titik B
P_1, P_2 = Beban terpusat yang bekerja pada balok AB
a, b = Jarak beban P dari sisi kiri balok AB
L = Panjang bentang balok AB

Untuk memastikan bahwa hasil perhitungan reaksi tumpuan sudah benar maka dapat dikontol dengan persamaan 1.1.

$$\sum K_V = 0$$

$$P_1 + P_2 = R_A + R_B \quad \text{..... (2.5)}$$

Untuk balok yang dibebani lebih dari 1 muatan terpusat dan terdapat beban miring dengan sudut tertentu (Gambar 2.3) maka reaksi tumpuan dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:



Gambar 2.3 *Reaksi Tumpuan beban terpusat salah satu miring*

Langkah penyelesaian kondisi di atas (Gambar 2.3) dengan menguraikan terlebih dahulu beban P_3 kearah vertikal dan horizontal masing-masing menjadi P_3 Sin α untuk arah vertikal dan P_3 Cos α untuk arah horizontal. Penyelesaian reaksi tumpuan sebagai berikut:

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_{AV}.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) - P_3.Sin\alpha.(L-c) = 0$$

$$R_{AV} = \frac{P_1.(L-a) + P_2.(L-b) + P_3.Sin\alpha.(L-c)}{L} \quad \text{..... (2.6)}$$

di mana:

R_{AV} = Reaksi tumpuan arah vertikal pada titik A
P_1, P_2 = Beban terpusat vertikal pada balok AB
P_y = Beban terpusat miring pada balok AB
a, b, c = Jarak beban P dari sisi kiri balok AB
L = Panjang bentang balok AB

$\sum K_H = 0$ maka $R_{AH} - P_3 Sin\alpha = 0$

$$R_{AH} = P_3 Sin\alpha \quad \text{..... (2.7)}$$

di mana:

R_{AH} = Reaksi tumpuan arah horizontal pada titik A

$P_{3\,Sin\,\alpha}$ = Beban terpusat yang diuraikan ke arah vertikal yang bekerja pada balok AB

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + P_3.Sin\alpha.(c) + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$R_B = \frac{P_3.Sin\alpha.(c) + P_2.b + P_1.a}{L} \quad \text{.....(2.8)}$$

di mana:

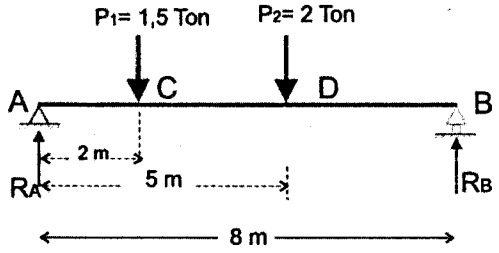
R_B = Reaksi tumpuan pada titik B
P_1, P_2 = Beban terpusat vertikal pada balok AB
P_3 = Beban terpusat miring pada balok AB
a, b, c = Jarak beban P dari sisi kiri balok AB
L = Panjang bentang balok AB

Contoh 2.1

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan gaya terpusat sebesar P_1 = 1,5 ton pada jarak 2 m dari sisi kiri balok dan diberi gaya terpusat sebesar P_2 = 2 ton pada jarak 5 m dari sisi kiri balok. Tentukan reaksi tumpuan pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_A.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) = 0$$

$$R_A.8 - 1{,}5.(6) - 2.(3) = 0$$

$$R_A = \frac{1{,}5.(6) + 2.(3)}{8} = \frac{15}{8} = 1{,}875\ ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$$-R_B.L + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$-R_B.8 + 2.5 + 1{,}5.2 = 0$$

$$R_B = \frac{2.5 + 1{,}5.2}{8} = \frac{13}{8} = 1{,}625 ton$$

Kontrol: $P_1 + P_2 = R_A + R_B$

$$1{,}5 + 2 = 1{,}875 + 1{,}625 \text{ (OK)}$$

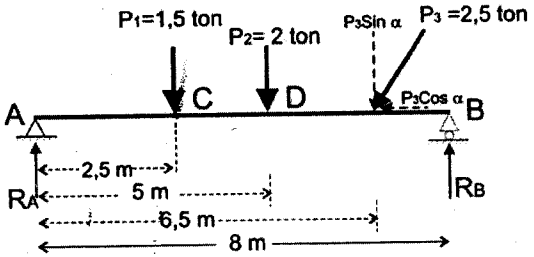
Contoh 2.2

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan gaya terpusat sebesar P_1 = 1,5 ton pada jarak 2,5 m dari sisi kiri balok dan diberi gaya terpusat sebesar P_2 = 2 ton pada jarak 5 m dari sisi kiri balok dan gaya terpusat sebesar P_3 = 2,5 ton bekerja miring dengan sudut

45° terhadap bidang balok dengan jarak 6,5 m dari sisi kiri balok. Tentukan reaksi tumpuan pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Gaya P_3 diuraikan terlebih dahulu kearah vertikal dan horizontal sebagai berikut:

$$P_{3V} = P_3.Sin\alpha = 2{,}5.\sin 45° = 0{,}707$$

$$P_{3H} = P_3.\cos\alpha = 2{,}5.\cos 45° = 0{,}707$$

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_{AV}.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) - P_3.Sin\alpha.(L-c) = 0$$

$$R_{AV}.L - 1{,}5.(5{,}5) - 2.(3) - 0{,}707.(1{,}5) = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1{,}5.(5{,}5) + 2.(3) + 0{,}707.(1{,}5)}{8} = \frac{15{,}3105}{8}$$

$$R_{AV} = 1{,}9138125\ ton$$

$\sum K_H = 0$ maka $R_{AH} - P_3 Sin\alpha = 0$

$$R_{AH} = 0{,}707\ ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$$-R_B.L + P_3.Sin\alpha.(c) + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$-R_B.8 + 0{,}707.(6{,}5) + 2.5 + 1{,}5.2{,}5 = 0$$

$$R_B = \frac{0{,}707.(6{,}5) + 2.5 + 1{,}5.2{,}5}{8} = \frac{18{,}3455}{8}$$

$$R_B = 2{,}2931875\ ton$$

Sebagai Kontrol:

$$P_1 + P_2 + P_{3V} = R_{AV} + R_B$$

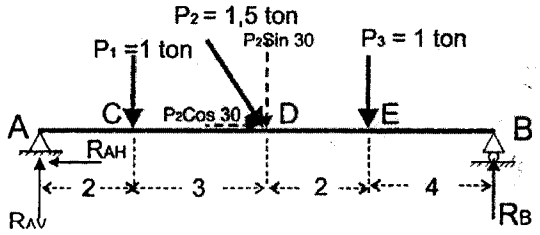
$$1{,}5 + 2 + 0{,}707 = 1{,}9138125 + 2{,}2931875 = 4{,}207 \text{(OK)}$$

Contoh 2.3

Sebuah konstruksi balok AB dibebani 3 buah muatan terpusat yang salah satunya miring membentuk sudut 30° dengan bidang datar (seperti tergambar). Hitung reaksi tumpuan yang terjadi pada konstruksi tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Langkah pertama adalah beban P_2 diuraikan terlebih dahulu ke arah vertikal dan ke arah horizontal menjadi:

$P_{2V} = P_2.Sin30^0$ maka $P_{2V} = 1{,}5xSin30^0 = 1{,}5x0{,}5 = 0{,}75\ ton$

$P_{2H} = P_2.Cos30^0$ maka $P_{2H} = 1{,}5xCos30^0 = 1{,}5x0{,}8660 = 1{,}30\ ton$

Reaksi Vertikal:

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$R_{AV}.11 - P_1.9 - P_{2V}.6 - P_3.4 = 0$

$$R_{AV} = \frac{1x9 + 0{,}75x6 + 1x4}{11} = 1{,}59\ ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$-R_B.11 + P_3.7 + P_{2V}.5 + P_1.2 = 0$

$$R_B = \frac{1x7 + 0{,}75x5 + 1x2}{11} = 1{,}16\ ton$$

Kontrol:

$\sum K_V = 0$ maka $R_{AV} - P_1 - P_{2V} - P_3 + R_B = 0$

$1{,}59 - 1 - 0{,}75 - 1 + 1{,}16 = 0$ (OK)

Reaksi arah horizontal:

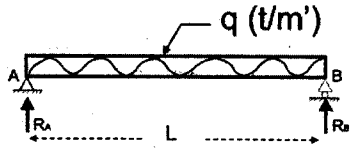
$\sum K_H = 0$ maka $-R_{AH} + P_2 Cos\alpha = 0$

$R_{AH} = P_2 Cos\alpha = 1{,}30\ ton$

2.1.2 Reaksi tumpuan beban terbagi rata

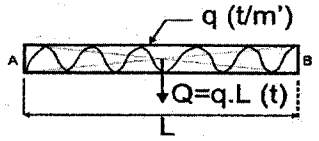
Sebagaimana telah dijelaskan pada BAB I bahwa muatan terbagi rata adalah beban yang bekerja secara merata disepanjang balok tergantung dari panjang muatan terbagi rata tersebut.

Sebuah balok sederhana sepanjang L seperti diperlihatkan pada Gambar 2.4 dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q (t/m') disepanjang balok.



Gambar 2.4 *Reaksi Tumpuan beban terbagi rata penuh*

Reaksi tumpuan dapat ditentukan dengan cara menentukan berat beban terbagi rata seluruhnya dan pusat beratnya sebagai berikut:



Gambar 2.5 *Pusat berat beban terbagi rata*

Pusat berat beban terbagi rata ditentukan berdasarkan diagonalnya maka Beban terbagi rata bekerja di tengah-tengah bentang L. Berat Beban terbagi rata ditentukan besarnya dengan persamaan:

$$Q = q.L \quad \text{..... (2.9)}$$

di mana:

Q = Berat beban terbagi rata pada pusat beratnya
q = Beban terbagi rata per satuan panjang
l = Panjang beban terbagi rata

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.L - Q.\frac{1}{2}L = 0$$

$$R_A = \frac{\frac{1}{2}.Q.L}{L}$$

$$R_A = \frac{1}{2}.Q \quad \text{.....(2.10)}$$

di mana:

R_A = Reaksi tumpuan pada titik A
Q = Berat beban terbagi rata pada pusat beratnya

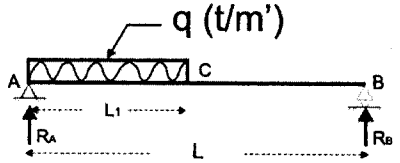
$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + Q.\frac{1}{2}L = 0$$

$$R_B = \frac{\frac{1}{2}.Q.L}{L}$$

$$R_B = \frac{1}{2}.Q \quad \text{.....(2.11)}$$

Sebuah balok sederhana sepanjang L seperti diperlihatkan pada Gambar 2.6 dibebani dengan sebuah beban terbagi rata sebesar q (t/m') disebagian panjang balok.



Gambar 2.6 *Reaksi Tumpuan beban terbagi rata sebagian*

Reaksi tumpuan dapat ditentukan dengan cara menentukan berat beban terbagi rata seluruhnya dan pusat beratnya sebagai berikut:

$$Q = q.L_1 \quad \text{.....(2.12)}$$

di mana:

Q = Berat beban terbagi rata pada pusat beratnya
q = Beban terbagi rata per satuan panjang
L_1 = Panjang beban terbagi rata

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.L - Q.(L - \frac{1}{2}L_1) = 0$$

$$R_A = \frac{Q.(L - \frac{1}{2}L_1)}{L}$$

$$R_A = \frac{Q.L - Q.\frac{1}{2}L_1}{L}$$

$$R_A = Q - Q\frac{L_1}{2L}$$

$$R_A = Q.(1 - \frac{L_1}{2L}) \quad \text{.....(2.13)}$$

di mana:

R_A = Reaksi tumpuan pada titik A
Q = Berat beban terbagi rata pada pusat beratnya
L_1 = Panjang beban terbagi rata
L = Panjang bentang balok AB

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + Q.\frac{1}{2}L_1 = 0$$

$$R_B = \frac{\frac{1}{2}.Q.L_1}{L}$$

$$R_B = Q.\frac{L_1}{2L} \qquad \text{.....(2.14)}$$

di mana:

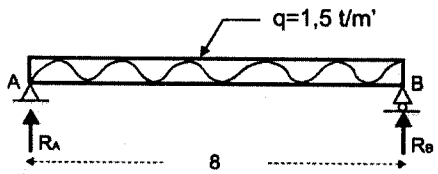
R_B = Reaksi tumpuan pada titik B
Q = Berat beban terbagi rata pada pusat beratnya
L_1 = Panjang beban terbagi rata
L = Panjang bentang balok AB

Contoh 2.4

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagirata penuh disepanjang balok sebesar q = 1,5 t/m'. Tentukan reaksi tumpuan pada balok tersebut

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L$ maka $Q = 1{,}5.8 = 12\ ton$

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.8 - 12.\frac{1}{2}8 = 0$$

$$R_A = \frac{1}{2}.12 = 6\ ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.8 + 12.\frac{1}{2}8 = 0$$

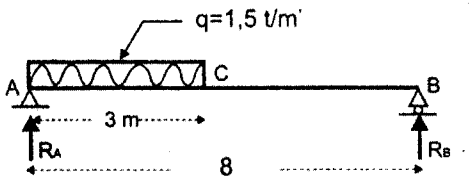
$$R_B = \frac{1}{2}.12 = 6\ ton$$

Contoh 2.5

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q=1,5 t/m' sepanjang L_1 = 3 meter. Tentukan reaksi tumpuan pada balok tersebut

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L_1$ maka $Q = 1{,}5.3 = 4{,}5\ ton$

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.L - Q.(L - \frac{1}{2}L_1) = 0$$

$$R_A.8 - 4{,}5.(8 - \frac{1}{2}3) = 0$$

$$R_A = 4{,}5.(1 - \frac{3}{2.8}) = 3{,}65625\ ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + Q.\frac{1}{2}L_1 = 0$$

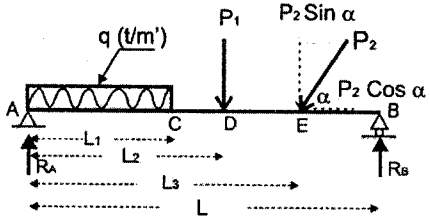
$$R_B = 4{,}5.\frac{3}{2.8} = 0{,}84375\ ton$$

Kontrol:

$Q = R_A + R_B$ maka $4{,}5 = 3{,}65625 + 0{,}84375$ (OK)

2.1.3 Reaksi tumpuan kombinasi beban

Pada sebuah konstruksi ada kalanya bekerja kombinasi dua jenis beban yaitu beban terpusat dan beban terbagi rata. Pada kondisi ini diperlihatkan pada Gambar 2.7 di mana pada Balok AB bekerja beban seperti tergambar.



Gambar 2.7 *Reaksi Tumpuan beban Kombinasi*

Langkah penyelesaian kondisi seperti ini adalah menyusun seluruh beban yang bekerja menjadi kearah vertikal dan horizontal, besarnya beban Q digunakan persamaan 2.12 dan beban terpusat P_2 diuraikan menjadi beban arah vertikal P_{2V} sebesar $P_2 Sin\alpha$ dan beban arah horizontal P_{2H} sebesar $P_2 Cos\alpha$

Reaksi Vertikal:

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_{AV}.L - Q.(L - \frac{1}{2}L_1) - P_1.(L - L_2) - P_{2V}.(L - L_3) = 0$$

$$R_{AV} = \frac{Q.(L - \frac{1}{2}L_1) + P_1.(L - L_2) + P_2.Sin\alpha.(L - L_3)}{L}$$

$$R_{AV} = \left\{Q.(1 - \frac{L_1}{2L})\right\} + \left\{P_1(1 - \frac{L_2}{L})\right\} + \left\{P_2 Sin\alpha(1 - \frac{L_3}{L})\right\} \quad \ldots\ldots\ (2.15)$$

di mana:

R_{AV} = Reaksi tumpuan arah vertikal pada titik A

Q = Berat beban terbagi rata pada pusat beratnya

L_1 = Panjang beban terbagi rata

L = Panjang bentang balok AB

P_1, P_2 = Berat beban terpusat

L_2, L_3 = Jarak beban terpusat dari sisi kiri Balok AB

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + P_2.Sin\alpha.(L_3) + P_1.L_2 + Q.\frac{1}{2}L_1 = 0$$

$$R_B = \frac{P_2.Sin\alpha.(L_3) + P_1.L_2 + Q.\frac{1}{2}L_1}{L}$$

$$R_B = \left\{(Q\frac{L_1}{2.L}) + (P_1\frac{L_2}{L}) + P_2 Sin\alpha\frac{L_3}{L}\right\} \quad \text{..... (2.16)}$$

di mana:

R_B = Reaksi tumpuan pada titik B

Q = Berat beban terbagi rata pada pusat beratnya

L_1 = Panjang beban terbagi rata

L = Panjang bentang balok AB

P_1, P_2 = Berat beban terpusat

L_2, L_3 = Jarak beban terpusat dari sisi kiri Balok AB

Reaksi arah horizontal:

$\sum K_H = 0$ maka $R_{AH} - P_2 Cos\alpha = 0$

$R_{AH} = P_2 Cos\alpha$ ..... (2.17)

di mana:

R_{AH} = Reaksi tumpuan arah horizontal pada titik A

P_2 = Berat beban terpusat

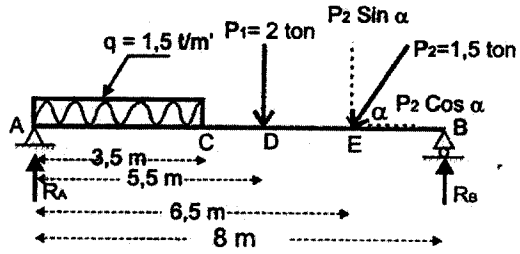
α = Besar sudut kerja beban terpusat P_2

Contoh 2.6

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q = 1,5 t/m' sepanjang L_1 = 3,5 meter, beban terpusat P_1 = 2 ton pada 5,5 m dari sisi kiri balok dan P_2 = 1,5 ton yang bekerja miring dengan sudut 45° pada 6,5 m dari sisi kiri balok. Tentukan reaksi tumpuan pada balok tersebut

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L_1$ maka $Q = 1{,}5.3{,}5 = 5{,}25\ ton$

$P_{2V} = P_2 Sin\alpha = 1{,}5.Sin45° = 1{,}06066\ ton$

$P_{2H} = P_2 Cos\alpha = 1{,}5.Cos45° = 1{,}06066\ ton$

Reaksi Vertikal:

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_{AV}.L - Q.(L - \frac{1}{2}L_1) - P_1.(L - L_2) - P_{2V}.(L - L_3) = 0$$

$$R_{AV} = \left\{5{,}25.(1 - \frac{3{,}5}{2.8})\right\} + \left\{2(1 - \frac{5{,}5}{8})\right\} + \left\{1{,}06066.(1 - \frac{6{,}5}{8})\right\}$$

$$R_{AV} = 4{,}92543625 \; ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + P_2.Sin\alpha.(L_3) + P_1.L_2 + Q.\frac{1}{2}L_1 = 0$$

$$R_B = \left\{(5{,}25\frac{3{,}5}{2.8}) + (2\frac{5{,}5}{8}) + 1{,}06066\frac{6{,}5}{8}\right\}$$

$$R_B = 3{,}38522375 \; ton$$

Kontrol:

$$R_{AV} + R_B = Q + P_1 + P_2 Sin\alpha$$

$$4{,}92543625 + 3{,}38522375 = 1{,}5 + 2 + 1{,}06066$$

Reaksi arah horizontal:

$\sum K_H = 0$ maka $R_{AH} - P_2 Cos\alpha = 0$

$$R_{AH} = P_2 Cos\alpha = 1{,}06066 \; ton$$

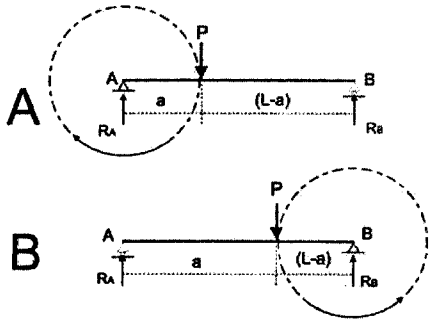
2.2 Bidang Momen

Sebagaimana telah dijelaskan pada BAB I bahwa Momen terjadi apabila sebuah gaya bekerja mempunyai jarak tertentu dari titik yang akan menahan momen tersebut dan besarnya momen tersebut adalah besarnya gaya dikalikan dengan jaraknya. Satuan untuk momen adalah satuan berat jarak (tm, kgm, kgcm dsb).

Bidang momen adalah besarnya momen yang bekerja pada segmen balok atau titik yang ditinjau dan hasil tersebut nantinya akan digambarkan dalam bentuk gambar bidang momen agar dapat dibaca dengan mudah.

Momen yang akan digambarkan terbagi dalam 2 jenis yaitu momen positif dan momen negatif. Momen positif bekerja pada serat bawah balok sedangkan momen negatif bekerja pada serat atas balok.

Untuk penentuan besarnya momen perlu dibuat kesepakatan bahwa apabila gaya bekerja terhadap titik sumbu yang ditinjau searah dengan jarum jam maka tandanya akan positif (+) dan gambar bidang momen diarsir secara vertikal sebaliknya apabila gaya bekerja terhadap titik sumbu yang ditinjau berlawanan arah dengan jarum jam maka tandanya akan negatif (-) dan gambar bidang momen diarsir secara horizontal.



Gambar 2.7 *Penentuan Momen Positif dan Momen Negatif*

Untuk lebih jelasnya seperti diperlihatkan pada Gambar 2.7 di mana pada kondisi A momen akibat beban P terhadap titik A adalah searah dengan jarum jam maka momen yang ditimbulkan adalah momen positif sedangkan pada kondidi B momen akibat beban P terhadap titik B adalah berlawanan arah dengan jarum jam maka momen yang ditimbulkan adalah momen negatif.

Untuk penentuan arah gaya juga perlu dibuat kesepakatan bahwa apabila gaya bekerja ke arah atas atau ke arah kanan maka tandanya akan positif (+) sebaliknya apabila gaya bekerja ke arah bawah atau ke arah kiri maka tandanya akan negatif (-).

2.2.1 Bidang momen beban terpusat

Sebagai penyelesaian lanjutan dari reaksi tumpuan maka dapat diteruskan pada penyelesaian bidang momen. Pada Sebuah balok sederhana sepanjang L seperti diperlihatkan pada Gambar 2.1 dibebani dengan beban terpusat sebesar P dengan jarak a dari titik A, maka momen yang bekerja dapat ditentukan dengan cara:

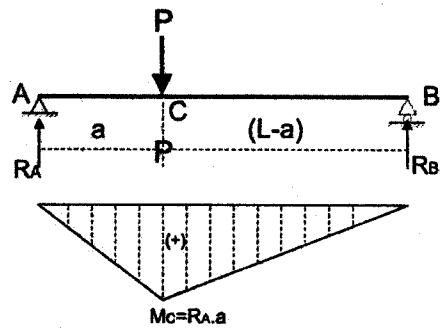
Momen pada ujung batang sama dengan Nol

$$M_A = M_B = 0 \quad \text{..... (2.18)}$$

Momen pada titik C diselesaikan dengan persamaan

$$M_C = R_A.a \quad \text{..... (2.19)}$$

Hasil hitungan momen tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang momen seperti diperlihatkan pada Gambar 2.8



Gambar 2.8 *Bidang Momen dengan 1 beban terpusat*

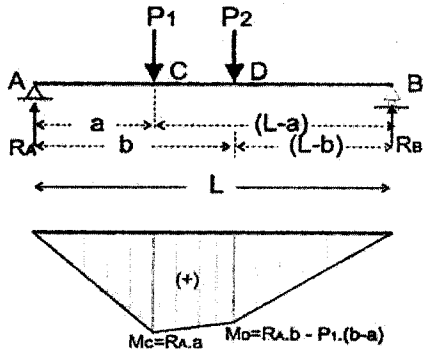
Untuk balok yang dibebani lebih dari 1 muatan terpusat (Gambar 2.2) maka momen yang timbul dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

Momen pada titik C diselesaikan dengan persamaan

$$M_C = R_A.a$$

$$M_D = R_A.b - P_1.(b-a) \quad \text{.....(2.20)}$$

Hasil hitungan momen tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang momen seperti diperlihatkan pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9 *Bidang Momen dengan jumlah beban terpusat lebih dari 1 buah*

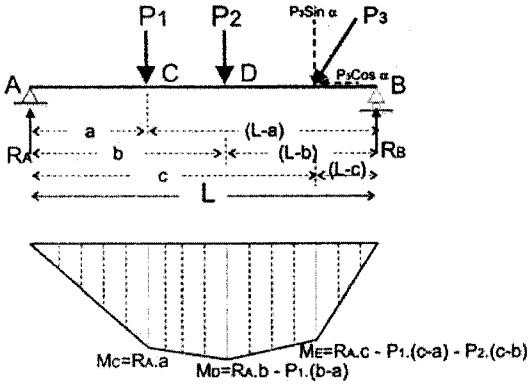
Untuk balok yang dibebani lebih dari 1 muatan terpusat dan terdapat beban miring dengan sudut tertentu (Gambar 2.3) maka momen pada tiap titik dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

$$M_C = R_A.a$$

$$M_D = R_A.b - P_1.(b-a)$$

$$M_E = R_A.c - P_1.(c-a) - P_2.(c-b) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.21)$$

Hasil hitungan momen tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang momen seperti diperlihatkan pada Gambar 2.10.



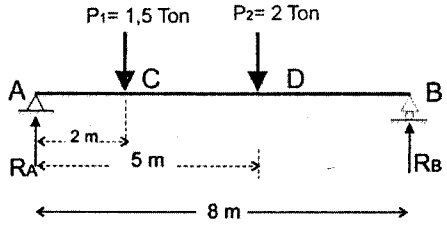
Gambar 2.10 *Bidang Momen dengan jumlah beban terpusat dan beban miring dengan sudut tertentu*

Contoh 2.7

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan gaya terpusat sebesar P1 = 1,5 ton pada jarak 2 m dari sisi kiri balok dan diberi gaya terpusat sebesar P2 = 2 ton pada jarak 5 m dari sisi kiri balok. Tentukan Momen tiap titik beban pada balok tersebut

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_A.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) = 0$$

$$R_A.8 - 1{,}5.(6) - 2.(3) = 0$$

$$R_A = \frac{1{,}5.(6) + 2.(3)}{8} = \frac{15}{8} = 1{,}875 \; ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$$-R_B.L + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$-R_B.8 + 2.5 + 1{,}5.2 = 0$$

$$R_B = \frac{2.5 + 1{,}5.2}{8} = \frac{13}{8} = 1{,}625 \; ton$$

Kontrol:

$$P_1 + P_2 = R_A + R_B$$

$1{,}5 + 2 = 1{,}875 + 1{,}625$ (OK)

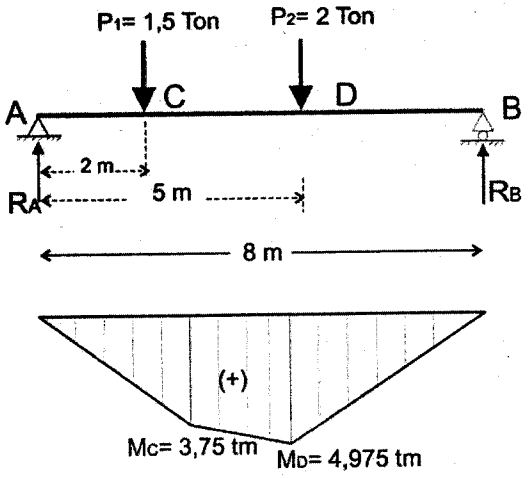
Momen pada tiap titik:

$$M_A = M_B = 0$$

$$M_C = R_A.a = 1{,}875.2 = 3{,}75 \; tm \; (+)$$

$$M_D = R_A.b - P_1.(b-a) = 1{,}875.5 - 1{,}5.3 = 4{,}975 \; tm \; (+)$$

Gambar Bidang Momen:

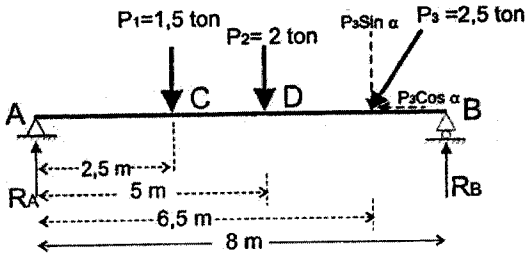


Contoh 2.8

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan gaya terpusat sebesar $P_1 = 1,5$ ton pada jarak 2,5 m dari sisi kiri balok dan diberi gaya terpusat sebesar $P_2 = 2$ ton pada jarak 5 m dari sisi kiri balok dan gaya terpusat sebesar $P_3 = 2,5$ ton bekerja miring dengan sudut 45° terhadap bidang balok dengan jarak 6,5 m dari sisi kiri balok. Tentukan Momen pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Gaya P_3 diuraikan terlebih dahulu kearah vertikal dan horizontal sebagai berikut:

$$P_{3V} = P_3.Sin\alpha = 2,5.\sin 45° = 0,707$$

$$P_{3H} = P_3.\cos\alpha = 2,5.\cos 45° = 0,707$$

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_{AV}.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) - P_3.Sin\alpha.(L-c) = 0$$

$$R_{AV}.L - 1,5.(5,5) - 2.(3) - 0,707.(1,5) = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1,5.(5,5) + 2.(3) + 0,707.(1,5)}{8} = \frac{15,3105}{8}$$

$$R_{AV} = 1,9138125\ ton$$

$\sum K_H = 0$ maka $R_{AH} - P_3 Sin\alpha = 0$

$$R_{AH} = 0,707\ ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$$-R_B.L + P_3.Sin\alpha.(c) + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$-R_B.8 + 0,707.(6,5) + 2.5 + 1,5.2,5 = 0$$

$$R_B = \frac{0,707.(6,5) + 2.5 + 1,5.2,5}{8} = \frac{18,3455}{8}$$

$$R_B = 2,2931875\ ton$$

Sebagai Kontrol: $P_1 + P_2 + P_{3V} = R_{AV} + R_B$

$1,5 + 2 + 0,707 = 1,9138125 + 2,2931875 = 4,207$ (OK)

Momen pada tiap titik:

$M_A = M_B = 0$

$M_C = R_A.a = 1{,}9138125.2{,}5 = 5\ tm\ (+)$

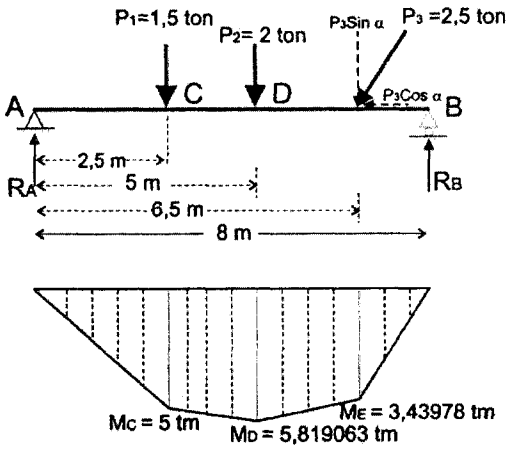
$M_D = R_A.b - P_1.(b-a) = 1{,}9138125.5 - 1{,}5.(5-2{,}5)$

$= 5{,}819063\ tm\ (+)$

$M_E = R_A.c - P_1.(c-a) - P2.(c-b) = 1{,}9138125.6{,}5 - 1{,}5.4 - 2.1{,}5$

$= 3{,}439781\ tm(+)$

Gambar Bidang Momen:

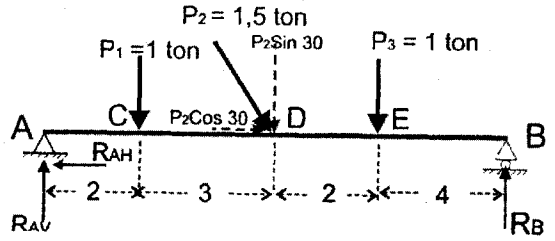


Contoh 2.9

Sebuah konstruksi balok AB dibebani 3 buah muatan terpusat yang salah satunya miring membentuk sudut 30 dengan bidang datar (seperti tergambar). Hitung momen yang terjadi pada konstruksi tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Langkah pertama adalah beban P2 diuraikan terlebih dahulu ke arah vertikal dan ke arah horizontal menjadi:

$P_{2V} = P_2.Sin30^0$ maka $P_{2V} = 1{,}5xSin30^0 = 1{,}5x0{,}5 = 0{,}75\ ton$

$P_{2H} = P_2.Cos30^0$ maka $P_{2H} = 1{,}5xCos30^0 = 1{,}5x0{,}8660 = 1{,}30\ ton$

Reaksi Vertikal:

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$R_{AV}.11 - P_1.9 - P_{2V}.6 - P_3.4 = 0$

$$R_{AV} = \frac{1x9 + 0{,}75x6 + 1x4}{11} = 1{,}59\ ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$-R_B.11 + P_3.7 + P_{2V}.5 + P_1.2 = 0$

$$R_B = \frac{1x7 + 0{,}75x5 + 1x2}{11} = 1{,}16\ ton$$

Kontrol: $\sum K_V = 0$ maka $R_{AV} - P_1 - P_{2V} - P_3 + R_B = 0$

$1{,}59 - 1 - 0{,}75 - 1 + 1{,}16 = 0$ (OK)

Reaksi arah horizontal:

$\sum K_H = 0$ maka $-R_{AH} + P_2Cos\alpha = 0$

$R_{AH} = P_2Cos\alpha = 1{,}30\ ton$

Momen pada tiap titik:

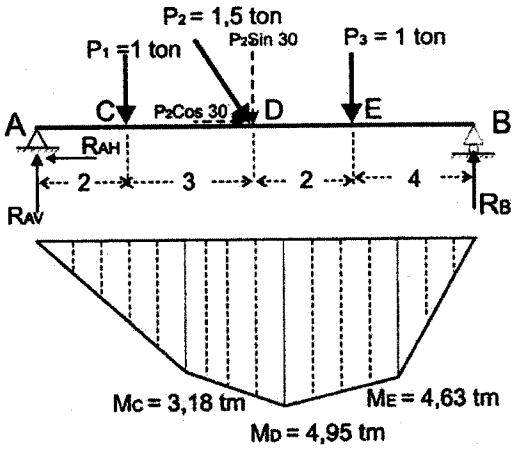
$$M_A = M_B = 0$$

$$M_C = R_A.a = 1{,}59.2 = 3{,}18\ tm\ (+)$$

$$M_D = R_A.b - P_1.(b-a) = 1{,}59.5 - 1.3 = 4{,}95\ tm\ (+)$$

$$M_E = R_A.c - P_1.(c-a) - P2.(c-b) = 1{,}59.7 - 1.5 - 0{,}75.2$$
$$= 4{,}63\ tm\ (+)$$

Gambar Bidang Momen:



2.2.2 Bidang momen beban terbagi rata

Sebagai penyelesaian lanjutan dari reaksi tumpuan beban terbagi rata maka dapat diteruskan pada penyelesaian bidang momennya.

Pada sebuah balok sederhana sepanjang L seperti diperlihatkan pada Gambar 2.4 dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q (t/m') disepanjang balok. Seperti telah dijelaskan di atas bahwa pusat berat beban terbagi rata ditentukan berdasarkan diagonalnya maka Beban terbagi rata bekerja ditengah-tengah bentang L dan berat Beban terbagi

rata ditentukan dengan persamaan 2.9 maka momen maksimum yang terjadi ditengah-tengah bentang L sebesar:

$$M_{maks} = R_A.\frac{1}{2}L - \frac{1}{2}Q.\frac{1}{4}L$$

$$M_{maks} = \frac{1}{2}R_A.L - \frac{1}{8}(q.\frac{1}{2}L).L$$

$$M_{maks} = \frac{1}{2}R_A.L - \frac{1}{16}q.L^2 \quad \text{..... (2.22)}$$

di mana:

M_{Maks} = Momen maksimum yang terjadi (tm)
Q = Berat beban terbagi rata (ton)
R_A = Reaksi tumpuan di A (ton)
L = Panjang bentang balok (m)
q = Beban terbagi rata per satuan panjang (t/m')

Hasil hitungan momen tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang momen seperti diperlihatkan pada Gambar 2.11 di mana penggambaran bidang momen dalam bentuk garis lengkung.

Untuk beban terbagi rata pada sebagian balok seperti diperlihatkan pada Gambar 2.6 maka penyelesaian bidang momen sebagai berikut:

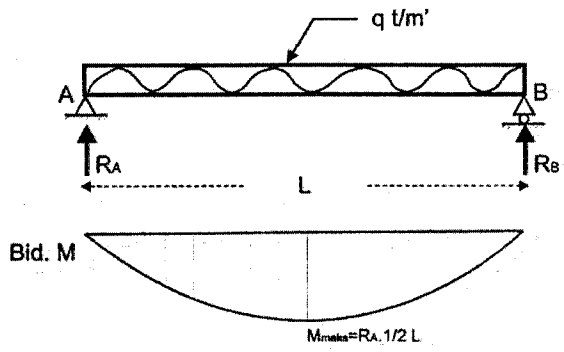
$$M_C = R_A.L_1 - Q.\frac{1}{2}L_1 \quad \text{..... (2.23)}$$

Untuk menentukan momen maksimum yang terjadi diasumsikan pada sejarak x dari sisi kiri balok sehingga momen maksimum yang terjadi sebesar:

MILIK
Badan Perpustakaan
Provinsi Jawa Timur

$$M_X = R_A.x - q.x.\frac{1}{2}x$$

$$M_X = R_A.x - \frac{1}{2}q.x^2 \quad \text{..... (2.24)}$$



Gambar 2.11 *Bidang Momen beban terbagi rata penuh*

Untuk mengetahui jarak x dari sisi kiri balok di mana terjadi momen maksimum adalah turunan pertama dari persamaan 2.24.

$$\frac{\partial M_X}{\partial x} = 0 \quad \text{maka} \quad R_A - q.x = 0$$

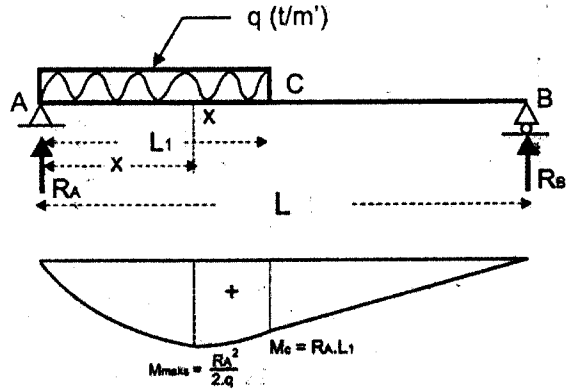
$$x = \frac{R_A}{q} \quad \text{.....(2.25)}$$

$$M_{maks} = R_A.(\frac{R_A}{q}) - \frac{1}{2}q.(\frac{R_A}{q})^2$$

$$M_{maks} = \frac{R_A^{\,2}}{q} - \frac{1}{2}\frac{R_A^{\,2}}{q}$$

$$M_{maks} = \frac{R_A^{\,2}}{2q} \quad \text{..... (2.26)}$$

Hasil hitungan momen tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang momen seperti diperlihatkan pada Gambar 2.12.



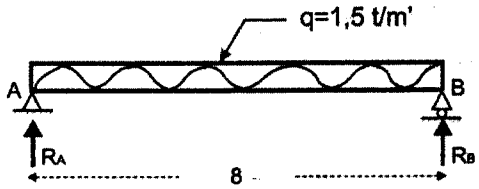
Gambar 2.12 *Bidang Momen beban terbagi rata sebagian*

Contoh 2.10

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagi rata penuh disepanjang balok sebesar q = 1,5 t/m'. Tentukan Momen pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L$ maka $Q = 1{,}5.8 = 12\ ton$

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.8 - 12.\frac{1}{2}8 = 0$$

$$R_A = \frac{1}{2}.12 = 6\ ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.8 + 12.\frac{1}{2}8 = 0$$

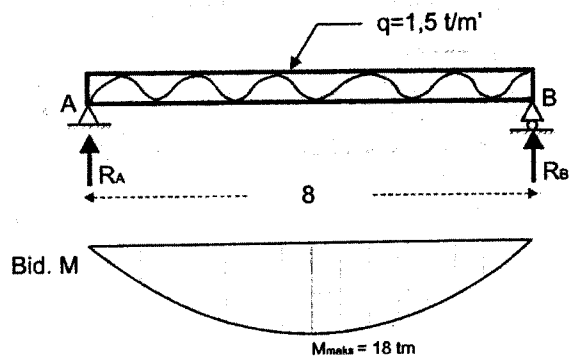
$$R_B = \frac{1}{2}.12 = 6\ ton$$

Momen yang terjadi:

$$M_{maks} = \frac{1}{2}R_A.L - \frac{1}{16}q.L^2$$

$$M_{maks} = \frac{1}{2}6.8 - \frac{1}{16}.1{,}5.8^2 = 18\ tm$$

Gambar Bidang Momen:

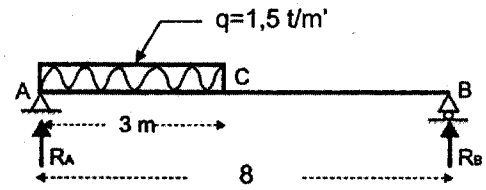


Contoh 2.11

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q = 1,5 t/m' sepanjang L_1 = 3 meter. Tentukan Momen pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L_1$ maka $Q = 1{,}5.3 = 4{,}5\ ton$

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.L - Q.(L - \frac{1}{2}L_1) = 0$$

$$R_A.8 - 4{,}5.(8 - \frac{1}{2}3) = 0$$

$$R_A = 4{,}5.(1 - \frac{3}{2.8}) = 3{,}65625\ ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + Q.\frac{1}{2}L_1 = 0$$

$$R_B = 4{,}5.\frac{3}{2.8} = 0{,}84375 ton$$

Kontrol:

$Q = R_A + R_B$ maka $4{,}5 = 3{,}65625 + 0{,}84375$ (OK)

Momen yang terjadi:

$$M_{(\cdot} = R_A.L_1 - Q.\frac{1}{2}L_1$$

$$M_C = 3{,}65625.3 - (1{,}5.3).0{,}5.3 = 4{,}21875\ tm$$

Momen maksimum diasumsikan pada sejarak x dari sisi kiri balok, momen maksimum yang terjadi sebesar:

$$M_X = 3{,}65625.x - \frac{1}{2}1{,}5.x^2$$

Jarak x dari sisi kiri balok di mana terjadi momen maksimum adalah:

$$\frac{\partial M_X}{\partial x} = 0 \text{ maka } 3{,}65625 - 1{,}5.x = 0$$

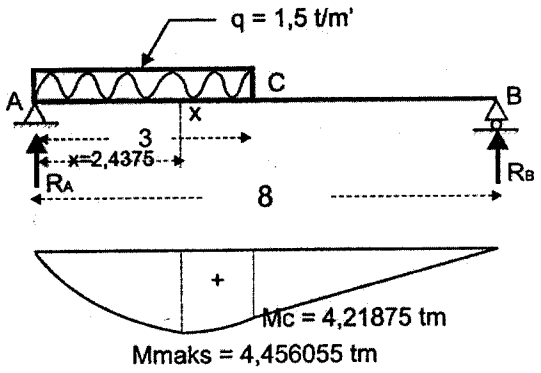
$$x = \frac{3{,}65625}{1{,}5} = 2{,}4375\ m$$

$$M_X = 3{,}65625.x - \frac{1}{2}1{,}5.x^2$$

$$M_{maks} = 3{,}65625.2{,}4375 - \frac{1}{2}1{,}5.2{,}4375^2$$

$$M_{maks} = 4{,}456055\ tm$$

Gambar Bidang Momen:



2.2.3 Bidang momen kombinasi beban

Sebagai penyelesaian lanjutan dari reaksi tumpuan beban kombinasi antara beban terpusat dan beban terbagi rata maka dapat diteruskan pada penyelesaian bidang momennya.

Pada kombinasi dua jenis beban terpusat dan beban terbagi rata seperti diperlihatkan pada Gambar 2.7 maka momen yang terjadi sebagai berikut:

$$M_A = M_B = 0$$

$$M_C = R_A.L_1 - (q.L_1).\frac{1}{2}L_1$$

$$M_C = R_A.L_1 - \frac{1}{2}q.L_1^2 \quad \text{..... (2.27)}$$

$$M_D = R_A.L_2 - q.L_1.(L_2 - \frac{1}{2}L_1)$$

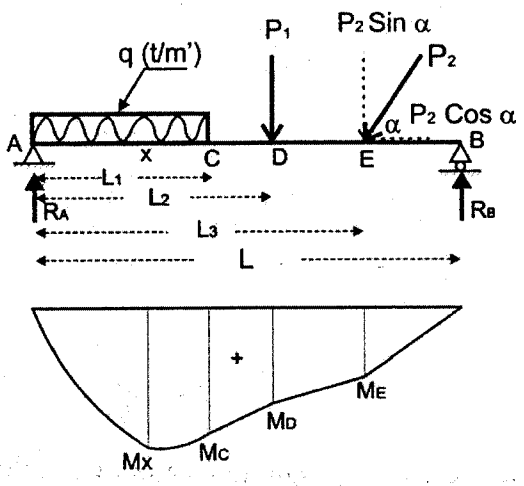
$$M_D = R_A.L_2 - q.L_1.L_2 + \frac{1}{2}q.L_1^2 \quad \text{..... (2.28)}$$

$$M_E = R_A.L_3 - q.L_1.(L_3 - \frac{1}{2}L_1) - P_1.(L_3 - L_2)$$

$$M_E = R_A.L_3 - q.L_1.L_3 + \frac{1}{2}q.L_1^2 - P_1.(L_3 - L_2) \quad \text{..... (2.29)}$$

Untuk menentukan momen pada sejarak x dari sisi kiri balok digunakan persamaan 2.24 dan jarak x diselesaikan dengan persamaan 2.25 kemudian hasil jarak x tersebut disubstitusikan kedalam persamaan 2.24.

Hasil hitungan momen tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang momen seperti diperlihatkan pada Gambar 2.13



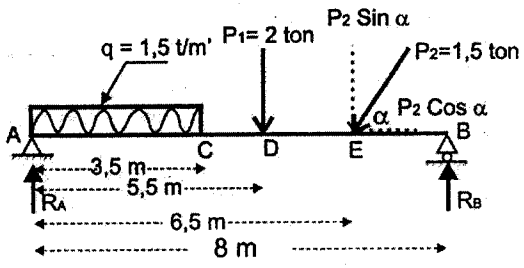
Gambar 2.13 *Bidang Momen beban Kombinasi*

Contoh 2.12

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q = 1,5 t/m' sepanjang L1 = 3,5 meter, beban terpusat P1 = 2 ton pada 5,5 m dari sisi kiri balok dan P2 = 1,5 ton yang bekerja miring dengan sudut 45° pada 6,5 m dari sisi kiri balok. Tentukan Momen pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L_1$ maka $Q = 1{,}5.3{,}5 = 5{,}25\ ton$

$P_{2V} = P_2 Sin\alpha = 1{,}5.Sin45° = 1{,}06066\ ton$

$P_{2H} = P_2 Cos\alpha = 1{,}5.Cos45° = 1{,}06066\ ton$

Reaksi Vertikal:

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_{AV}.L - Q.(L - \frac{1}{2}L_1) - P_1.(L - L_2) - P_{2V}.(L - L_3) = 0$$

$$R_{AV} = \left\{5{,}25.(1 - \frac{3{,}5}{2.8})\right\} + \left\{2(1 - \frac{5{,}5}{8})\right\} + \left\{1{,}06066.(1 - \frac{6{,}5}{8})\right\}$$

$$R_{AV} = 4{,}92543625\ ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + P_2.Sin\alpha.(L_3) + P_1.L_2 + Q.\frac{1}{2}L_1 = 0$$

$$R_B = \left\{(5{,}25\frac{3{,}5}{2.8}) + (2\frac{5{,}5}{8}) + 1{,}06066\frac{6{,}5}{8}\right\}$$

$$R_B = 3{,}38522375\ ton$$

Kontrol:

$$R_{AV} + R_B = Q + P_1 + P_2 Sin\alpha$$

$$4{,}92543625 + 3{,}38522375 = 1{,}5 + 2 + 1{,}06066$$

Reaksi arah horizontal:

$\sum K_H = 0$ maka $R_{AH} - P_2 Cos\alpha = 0$

$R_{AH} = P_2 Cos\alpha = 1{,}06066\ ton$

Momen yang terjadi:

$$M_A = M_B = 0$$

$$M_C = R_A.L_1 - \frac{1}{2}q.L_1 2$$

$$M_C = 4{,}92543625.3{,}5 - \frac{1}{2}1{,}5.3{,}5^2 = 8{,}051527tm$$

$$M_D = R_A.L_2 - q.L_1.L_2 + \frac{1}{2}q.L_1{}^2$$

$$M_D = 4{,}92543625.5{,}5 - 1{,}5.3{,}5.5{,}5 + \frac{1}{2}1{,}5.3{,}5^2 = 7{,}402399tm$$

$$M_E = R_A.L_3 - q.L_1.L_3 + \frac{1}{2}q.L_1{}^2 - P_1.(L_3 - L_2)$$

$$M_E = 4{,}92543625.6{,}5 - 1{,}5.3{,}5.6{,}5 + \frac{1}{2}1{,}5.3{,}5^2 - 2.(6{,}5 - 5{,}5)$$

$$M_E = 5{,}077836\ tm$$

Momen pada titik x pada bagian beban terbagi rata diasumsikan pada sejarak x dari sisi kiri balok, momen yang terjadi sebesar:

$$M_X = R_A.x - \frac{1}{2}q.x^2$$

$$M_X = 4{,}92543625.x - \frac{1}{2}1{,}5.x^2$$

Jarak x dari sisi kiri balok di mana terjadi momen maksimum pada bagian beban terbagi rata adalah:

$$\frac{\partial M_X}{\partial x} = 0 \quad \text{maka} \quad 4{,}92543625 - 1{,}5.x = 0$$

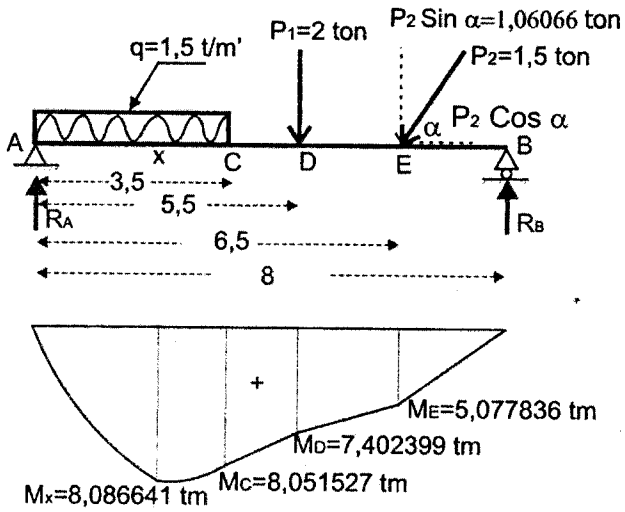
$$x = \frac{4{,}92543625}{1{,}5} = 3{,}283624\ m$$

$$M_X = 4{,}92543625.x - \frac{1}{2}1{,}5.x^2$$

$$M_X = 4{,}92543625.3{,}283624 - \frac{1}{2}1{,}5.3{,}283624^2$$

$$M_X = 8{,}086641\ tm$$

Gambar Bidang Momen:



7.3 Bidang Gaya Lintang

Gaya lintang yang terjadi pada balok adalah gaya-gaya tegak lurus terhadap balok. Untuk beban terpusat maka bidang gaya lintang diluaskan pada muatan terpusat yang ditinjau pada titik-titik yang

mempunyai gaya vertikal terhadap balok. Untuk beban terbagi rata beban merata sesuai dengan panjang bentang gaya dimaksud sehingga penggambaran gaya lintang dilukiskan sepanjang beban terbagi rata tersebut.

Bidang gaya lintang ada yang positif dan ada pula yang negatif, perlu disepakati bahwa apabila bidang gaya lintang di bagian atas garis horizontal sebagai garis referensi nol maka tanda bidang tersebut adalah **positif** (+) dan diarsir tegak lurus (vertikal), sebaliknya apabila bidang tersebut di bagian bawah garis referensi nol maka tanda bidang tersebut **negatif** (-) diarsir mendatar (horizontal)

Di samping itu perlu adanya kesepakatan tentang arah gaya bekerja di mana untuk gaya yang arah kerjanya ke atas maka gaya tersebut bertanda positif (+), demikian sebaliknya apabila gaya tersebut bekerja dengan arah ke bawah maka gaya tersebut bertanda negatif (-)

2.3.1 Bidang gaya lintang beban terpusat

Setelah diketahui cara penyelesaian reaksi tumpuan dan bidang momen maka penyelesaian dapat diteruskan pada penyelesaian bidang gaya lintang. Pada Sebuah balok sederhana sepanjang L seperti diperlihatkan pada Gambar 2.1 dibebani dengan beban terpusat P dengan jarak a dari titik A, maka penyelesaian bidang gaya lintang ditentukan dengan cara:

Pada titik A gaya yang tegak lurus pada balok adalah gaya reaksi RA arah ke atas maka gaya lintang pada titik A

$$D_A = R_A \quad \text{.....} \quad (2.30)$$

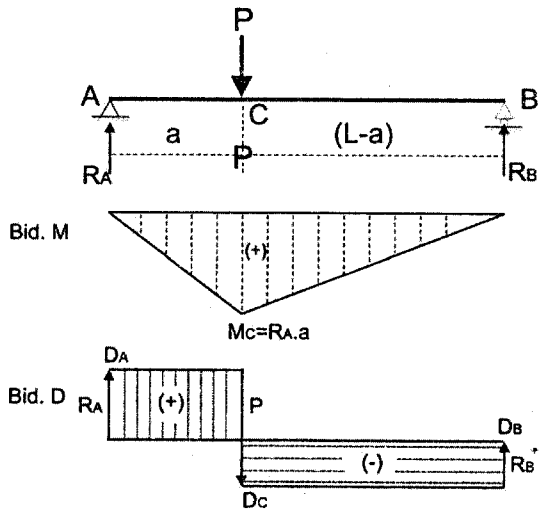
Titik selanjutnya yang dipengaruhi oleh gaya tegak lurus balok adalah titik C dengan gaya sebesar P dengan arah kerja gaya ke bawah maka gaya lintang pada titik C sebesar

$$D_C = R_A - P \quad \text{.....} \quad (2.31)$$

Titik selanjutnya yang dipengaruhi oleh gaya tegak lurus adalah titik B dengan gaya sebesar RB dengan arah kerja gaya ke atas maka gaya lintang pada titik B sebesar

$$D_B = D_C + P = (R_A - P) + P = 0 \quad \text{.....} \quad (2.32)$$

Pengertian dari 0 (nol) pada DB menunjukkan bahwa penggambaran bidang Gaya Lintang menutup di titik B



Gambar 2.14 *Bidang Gaya Lintang dengan 1 beban terpusat*

Hasil penyelesaian gaya lintang tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang gaya lintang seperti diperlihatkan pada Gambar 2.14

Untuk balok yang dibebani lebih dari 1 muatan terpusat (Gambar 2.2) maka gaya lintang yang timbul dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

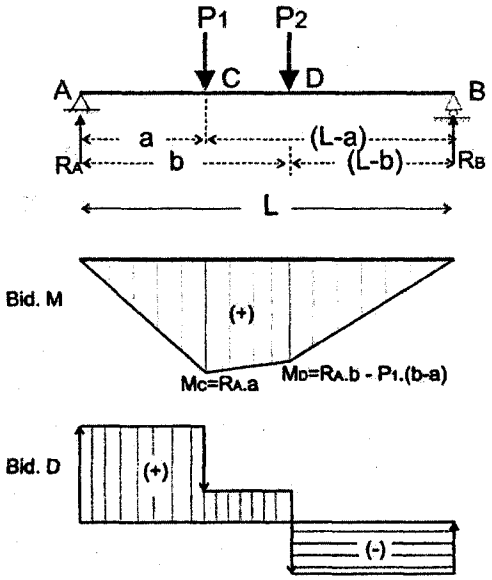
$$D_A = R_A$$

$$D_C = R_A - P_1$$

$$D_D = D_C - P_2 = (R_A - P_1) - P_2$$

$$D_B = D_D + R_A = (D_C - P_2) + R_A = \{(R_A - P_1) - P_2\} + R_A = 0$$

Hasil hasil penyelesaian gaya lintang tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang gaya lintang seperti diperlihatkan pada Gambar 2.15.



Gambar 2.15 *Bidang Gaya Lintang dengan jumlah beban terpusat lebih dari 1 buah*

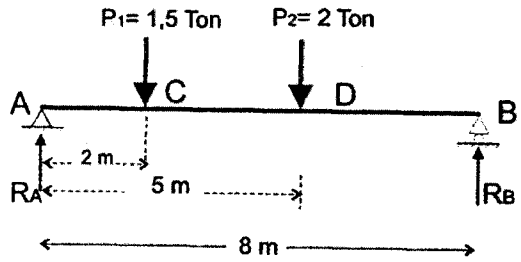
Untuk balok yang dibebani lebih dari 1 muatan terpusat dan terdapat beban miring dengan sudut tertentu (Gambar 2.3) maka gaya lintang pada tiap titik dapat diselesaikan dengan menguraikan gaya miring tersebut terhadap sumbu vertikal dan horizontal dan gaya lintang digunakan gaya yang vertikal.

Contoh 2.13

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan gaya terpusat sebesar P1 = 1,5 ton pada jarak 2 m dari sisi kiri balok dan diberi gaya terpusat sebesar P2 = 2 ton pada jarak 5 m dari sisi kiri balok. Tentukan gaya lintang tiap titik beban pada balok tersebut dan gambarkan Bidang gaya lintangnya.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_A.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) = 0$$

$$R_A.8 - 1{,}5.(6) - 2.(3) = 0$$

$$R_A = \frac{1{,}5.(6) + 2.(3)}{8} = \frac{15}{8} = 1{,}875 ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$$-R_B.L + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$-R_B.8 + 2.5 + 1{,}5.2 = 0$$

$$R_B = \frac{2.5 + 1{,}5.2}{8} = \frac{13}{8} = 1{,}625 ton$$

Kontrol: $P_1 + P_2 = R_A + R_B$

$$1{,}5 + 2 = 1{,}875 + 1{,}625 \quad \text{(OK)}$$

Momen pada tiap titik:

$$M_A = M_B = 0$$

$$M_C = R_A.a = 1{,}875.2 = 3{,}75 tm(+)$$

$$M_D = R_A.b - P_1.(b-a) = 1{,}875.5 - 1{,}5.3 = 4{,}975 \ tm \ (+)$$

Gaya Lintang:

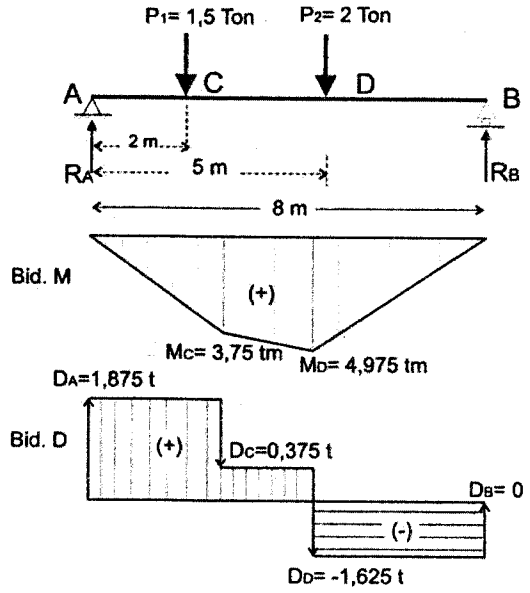
$$D_A = R_A = 1{,}875t(+)$$

$$D_C = R_A - P_1 = 1{,}875 - 1{,}5 = 0{,}375t(+)$$

$$D_D = D_C - P_2 = 0{,}375 - 2 = -1{,}625t(-)$$

$$D_B = D_D + R_B = -1{,}625 + 1{,}625 = 0$$

Gambar Bidang Gaya Lintang:

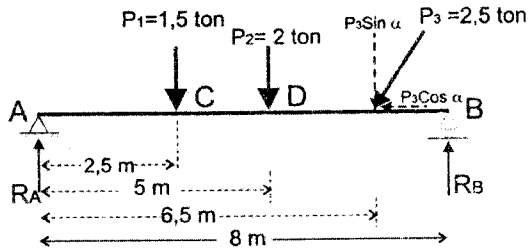


Contoh 2.14

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan gaya terpusat sebesar P1 = 1,5 ton pada jarak 2,5 m dari sisi kiri balok dan diberi gaya terpusat sebesar P2 = 2 ton pada jarak 5 m dari sisi kiri balok dan gaya terpusat sebesar P3 = 2,5 ton bekerja miring dengan sudut 45° terhadap bidang balok dengan jarak 6,5 m dari sisi kiri balok. Tentukan baya lintang pada balok tersebut dan gambarkan bidang gaya lintangnya.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Gaya P_3 diuraikan terlebih dahulu kearah vertikal dan horizontal sebagai berikut:

$$P_{3V} = P_3.Sin\alpha = 2{,}5.\sin 45° = 0{,}707$$

$$P_{3H} = P_3.\cos\alpha = 2{,}5.\cos 45° = 0{,}707$$

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_{AV}.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) - P_3.Sin\alpha.(L-c) = 0$$

$$R_{AV}.L - 1{,}5.(5{,}5) - 2.(3) - 0{,}707.(1{,}5) = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1{,}5.(5{,}5) + 2.(3) + 0{,}707.(1{,}5)}{8} = \frac{15{,}3105}{8}$$

$$R_{AV} = 1{,}9138125\ ton$$

$\sum K_H = 0$ $\qquad R_{AH} - P_3Sin\alpha = 0$

$$R_{AH} = 0{,}707\ ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$$-R_B.L + P_3.Sin\alpha.(c) + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$-R_B.8 + 0{,}707.(6{,}5) + 2.5 + 1{,}5.2{,}5 = 0$$

$$R_B = \frac{0{,}707.(6{,}5) + 2.5 + 1{,}5.2{,}5}{8} = \frac{18{,}3455}{8}$$

$$R_B = 2{,}2931875\ ton$$

Sebagai Kontrol:

$$P_1 + P_2 + P_{3V} = R_{AV} + R_B$$

$1{,}5 + 2 + 0{,}707 = 1{,}9138125 + 2{,}2931875 = 4{,}207$ (OK)

Momen pada tiap titik:

$$M_A = M_B = 0$$

$$M_C = R_A.a = 1{,}9138125.2{,}5 = 5\ tm\ (+)$$

$$M_D = R_A.b - P_1.(b-a) = 1{,}9138125.5 - 1{,}5.(5-2{,}5)$$
$$= 5{,}819063\ tm\ (+)$$

$$M_E = R_A.c - P_1.(c-a) - P2.(c-b)$$

$$M_E = 1{,}9138125.6{,}5 - 1{,}5.4 - 2.1{,}5 = 3{,}439781tm(+)$$

Gaya Lintang:

$$D_A = R_{AV} = 1{,}9138125\ t\ (+)$$

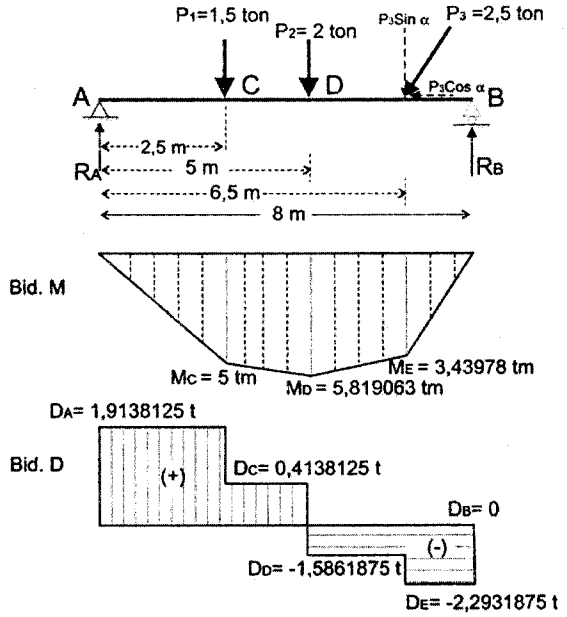
$$D_C = R_{AV} - P_1 = 1{,}9138125 - 1{,}5 = 0{,}4138125\ t\ (+)$$

$$D_D = D_C - P_2 = 0{,}4138125 - 2 = -1{,}5861875\ t\ (-)$$

$$D_E = D_D - P_3Sin\alpha = -1{,}5861875 - 0{,}707 = -2{,}2931875\ t\ (-)$$

$$D_B = D_E + R_B = -2{,}2931875 + 2{,}2931875 = 0$$

Gambar Bidang Gaya Lintang:

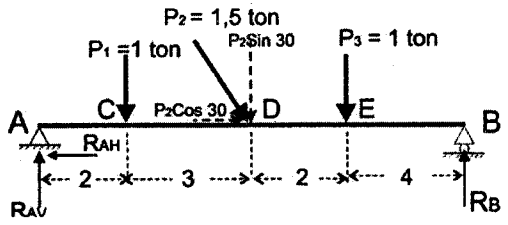


Contoh 2.15

Sebuah konstruksi balok AB dibebani 3 buah muatan terpusat yang salah satunya miring membentuk sudut 30 dengan bidang datar (seperti tergambar). Hitung gaya lintang yang terjadi pada konstruksi tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Langkah pertama adalah beban P_2 diuraikan terlebih dahulu ke arah vertikal dan ke arah horizontal menjadi:

$P_{2V} = P_2.Sin30^0$ maka $P_{2V} = 1{,}5xSin30^0 = 1{,}5x0{,}5 = 0{,}75\ ton$

$P_{2H} = P_2.Cos30^0$ maka $P_{2H} = 1{,}5xCos30^0 = 1{,}5x0{,}8660 = 1{,}30\ ton$

Reaksi Vertikal:

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$R_{AV}.11 - P_1.9 - P_{2V}.6 - P_3.4 = 0$

$$R_{AV} = \frac{1x9 + 0{,}75x6 + 1x4}{11} = 1{,}59\ ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$-R_B.11 + P_3.7 + P_{2V}.5 + P_1.2 = 0$

$$R_B = \frac{1x7 + 0{,}75x5 + 1x2}{11} = 1{,}16\ ton$$

Kontrol:

$\sum K_V = 0$ maka $R_{AV} - P_1 - P_{2V} - P_3 + R_B = 0$

$1{,}59 - 1 - 0{,}75 - 1 + 1{,}16 = 0$ (OK)

Reaksi arah horizontal:

$\sum K_H = 0$ maka $-R_{AH} + P_2 Cos\alpha = 0$

$R_{AH} = P_2 Cos\alpha = 1{,}30\ ton$

Momen pada tiap titik:

$M_A = M_B = 0$

$M_C = R_A.a = 1{,}59.2 = 3{,}18\ tm\ (+)$

$$M_D = R_A.b - P_1.(b-a) = 1{,}59.5 - 1.3 = 4{,}95\ tm\ (+)$$

$$M_E = R_A.c - P_1.(c-a) - P2.(c-b) = 1{,}59.7 - 1.5 - 0{,}75.2 = 4{,}63\ tm\ (+)$$

Gaya Lintang:

$$D_A = R_A = 1{,}59\ t\ (+)$$

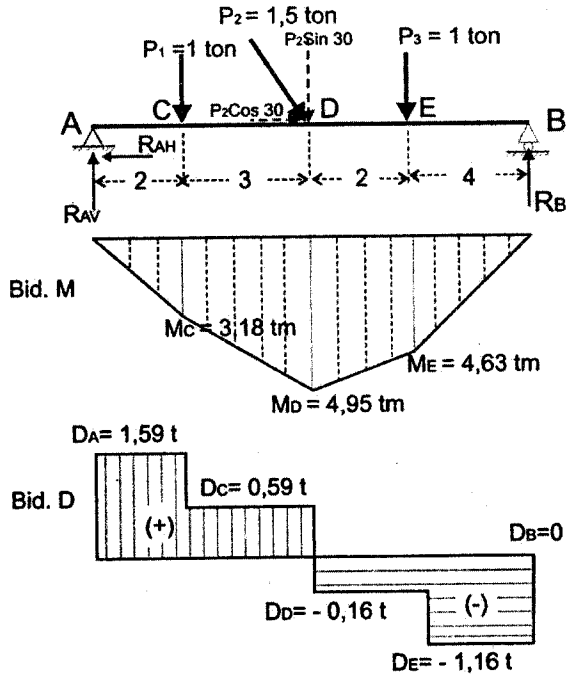
$$D_C = R_A - P_1 = 1{,}59 - 1 = 0{,}59\ t\ (+)$$

$$D_D = D_C - P_2 Sin\alpha = 0{,}59 - 0{,}75 = -0{,}16\ t\ (-)$$

$$D_E = D_D - P_3 = -0{,}16 - 1 = -1{,}16\ t\ (-)$$

$$D_B = D_E + R_B = -1{,}16 + 1{,}16 = 0$$

Gambar Bidang Gaya Lintang:



2.3.2 Bidang gaya lintang beban terbagi rata

Gaya lintang pada beban terbagi rata terjadi disepanjang beban tersebut dan pada bagian tengah beban terbagi rata gaya lintang sama dengan 0. Secara umum pada titik momen maksimum (M= maks) maka gaya lintang sama dengan nol (D=0).

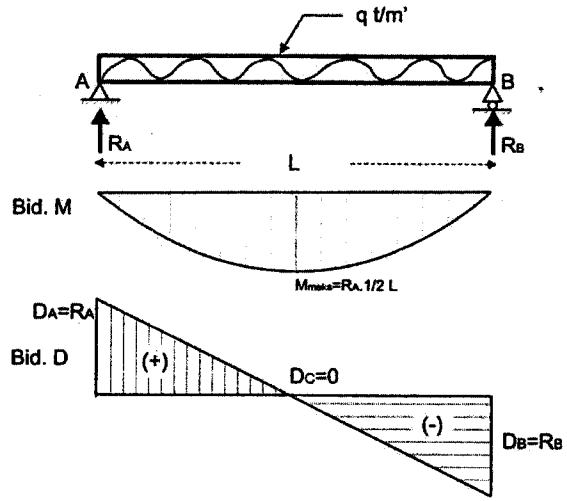
Pada sebuah balok sederhana sepanjang L seperti diperlihatkan pada Gambar 2.4 dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q (t/m') disepanjang balok. Pada kondisi ini gaya lintang yang terjadi dapat diselesaikan dengan cara:

$$D_A = R_A$$

$$D_C = R_A - Q + R_B = 0 \quad \text{..... (2.33)}$$

$$D_B = -R_B \quad \text{..... (2.34)}$$

Penggambaran bidang momen dapat dilukiskan seperti diperlihatkan pada Gambar 2.14.



Gambar 2.14 *Bidang gaya lintang beban terbagi rata penuh*

Untuk beban terbagi rata pada sebagian balok seperti diperlihatkan pada Gambar 2.6 maka penyelesaian bidang gaya lintang sebagai berikut:

$$D_A = R_A$$

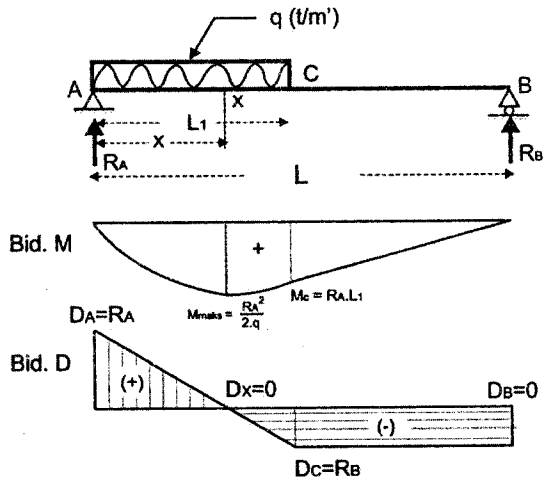
Momen maksimum terjadi pada titik X maka:

$$D_X = 0$$

$$D_C = -R_B$$

$$D_B = -R_B + R_B = 0 \quad \text{.....} \quad (2.35)$$

Penggambaran bidang momen dapat dilukiskan seperti diperlihatkan pada Gambar 2.15.



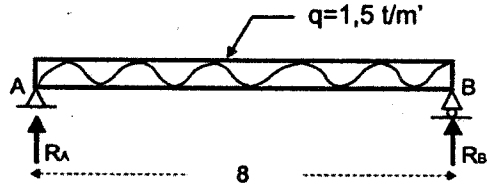
Gambar 2.15 *Bidang gaya lintang beban terbagi rata sebagian*

Contoh 2.16

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagi rata penuh disepanjang balok sebesar q = 1,5 t/m'. Tentukan Gaya lintang pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L$ maka $Q = 1{,}5.8 = 12 ton$

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.8 - 12.\frac{1}{2}8 = 0$$

$$R_A = \frac{1}{2}.12 = 6\ ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.8 + 12.\frac{1}{2}8 = 0$$

$$R_B = \frac{1}{2}.12 = 6\ ton$$

Momen yang terjadi:

$$M_{maks} = \frac{1}{2}R_A.L - \frac{1}{16}q.L^2$$

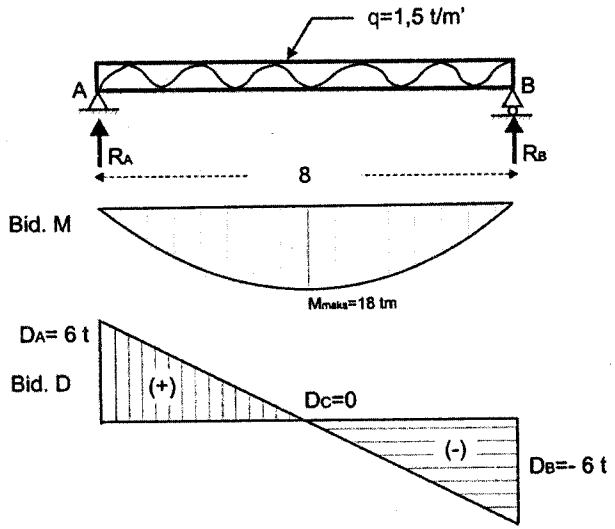
$$M_{maks} = \frac{1}{2}6.8 - \frac{1}{16}.1{,}5.8^2 = 18\ tm$$

Gaya Lintang yang terjadi:

$D_A = R_A = 6\ t\ (+)$

$D_B = -R_B = -6\ t\ (-)$

Gambar Bidang Gaya Lintang:

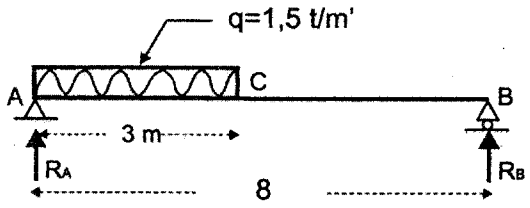


Contoh 2.17

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q = 1,5 t/m' sepanjang L_1 = 3 meter. Tentukan gaya lintang pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L_1$ maka $Q = 1{,}5.3 = 4{,}5ton$

$\sum M_B = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik B

$$R_A.L - Q.(L - \frac{1}{2}L_1) = 0$$

$$R_A.8 - 4{,}5.(8 - \frac{1}{2}3) = 0$$

$$R_A = 4{,}5.(1 - \frac{3}{2.8}) = 3{,}65625ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + Q.\frac{1}{2}L_1 = 0$$

$$R_B = 4{,}5.\frac{3}{2.8} = 0{,}84375ton$$

Kontrol:

$Q = R_A + R_B$ maka $4{,}5 = 3{,}65625 + 0{,}84375$ (OK)

Momen yang terjadi:

$$M_C = R_A.L_1 - Q.\frac{1}{2}L_1$$

$$M_C = 3{,}65625.3 - (1{,}5.3).0{,}5.3 = 4{,}21875\ tm$$

Momen maksimum diasumsikan pada sejarak x dari sisi kiri balok, momen maksimum yang terjadi sebesar:

$$M_X = 3{,}65625.x - \frac{1}{2}1{,}5.x^2$$

Jarak x dari sisi kiri balok di mana terjadi momen maksimum adalah:

$$\frac{\partial M_X}{\partial x} = 0 \quad \text{maka} \quad 3{,}65625 - 1{,}5.x = 0$$

$$x = \frac{3{,}65625}{1{,}5} = 2{,}4375\ m$$

$$M_X = 3{,}65625.x - \frac{1}{2}1{,}5.x^2$$

$$M_{maks} = 3{,}65625.2{,}4375 - \frac{1}{2}1{,}5.2{,}4375^2$$

$$M_{maks} = 4{,}456055\ tm$$

Gaya Lintang yang terjadi:

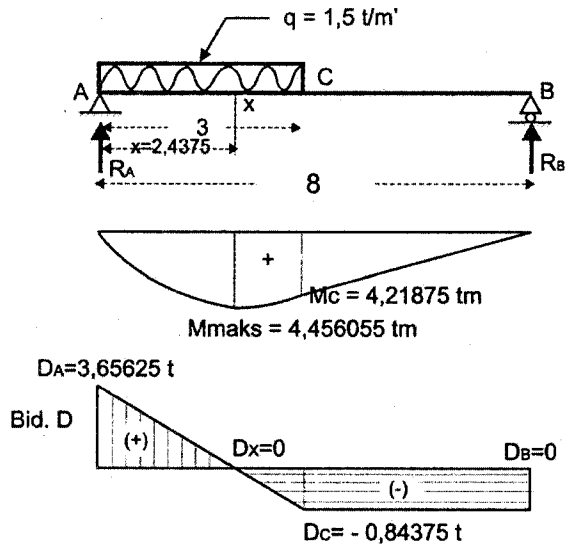
$$D_A = R_A = 3{,}65625\ t\ (+)$$

$$D_X = 0$$

$$D_C = -R_B = -0{,}84375\ t\ (-)$$

$$D_B = -R_B + R_B = 0$$

Gambar Bidang Gaya Lintang:



2.3.3 Bidang gaya lintang kombinasi beban

Pada kondisi kombinasi beban maka gaya lintang digambarkan sesuai dengan prinsip-prinsip masing-masing beban yang telah diuraikan di atas.

Pada kombinasi dua jenis beban terpusat dan beban terbagi rata seperti diperlihatkan pada Gambar 2.7 maka gaya lintang yang terjadi siselesaikan dengan cara sebagai berikut:

$$D_A = R_A = 0$$

$$D_X = 0$$

$$D_C = R_A.-Q \quad \text{..... (2.36)}$$

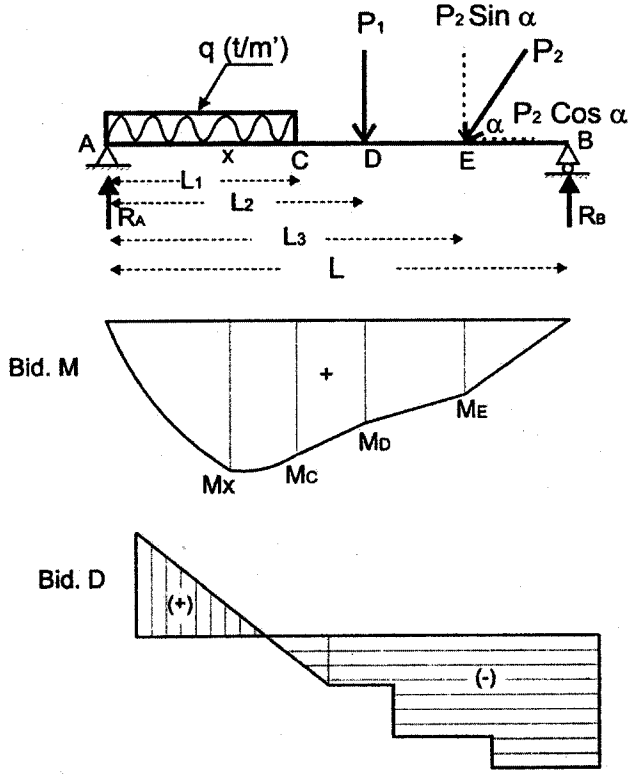
$$D_D = D_C - P_1 \quad \text{..... (2.37)}$$

$$D_E = D_D - P_2 Sin\alpha \quad \text{..... (2.38)}$$

$$D_B = D_E + R_B \quad \text{..... (2.39)}$$

Untuk menentukan gaya lintang pada beban kombinasi perlu diperhatikan penggambaran pada bagian beban terbagi rata khususnya pada sejarak x dari sisi kiri balok di mana pada titik tersebut momen pada bagian beban terbagi rata akan maksimum sehingga besarnya gaya lintang adalah nol.

Hasil hitungan gaya lintang tersebut digambarkan dalam bentuk gambar bidang gaya lintang seperti diperlihatkan pada Gambar 2.16.



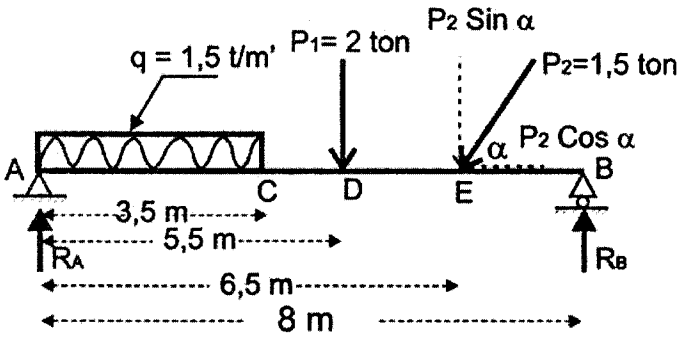
Gambar 2.16 *Bidang gaya lintang beban kombinasi*

Contoh 2.18

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan beban terbagi rata sebesar q = 1,5 t/m' sepanjang L_1 = 3,5 meter, beban terpusat P_1 = 2 ton pada 5,5 m dari sisi kiri balok dan P_2 = 1,5 ton yang bekerja miring dengan sudut 45° pada 6,5 m dari sisi kiri balok. Tentukan Momen pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



$Q = q.L_1$ maka $Q = 1{,}5.3{,}5 = 5{,}25\ ton$

$P_{2V} = P_2 Sin\alpha = 1{,}5.Sin45° = 1{,}06066\ ton$

$P_{2H} = P_2 Cos\alpha = 1{,}5.Cos45° = 1{,}06066\ ton$

Reaksi Vertikal:

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_{AV}.L - Q.(L - \frac{1}{2}L_1) - P_1.(L - L_2) - P_{2V}.(L - L_3) = 0$$

$$R_{AV} = \left\{5{,}25.(1 - \frac{3{,}5}{2.8})\right\} + \left\{2(1 - \frac{5{,}5}{8})\right\} + \left\{1{,}06066.(1 - \frac{6{,}5}{8})\right\}$$

$$R_{AV} = 4{,}92543625 \; ton$$

$\sum M_A = 0$ maka semua gaya di momenkan ke titik A

$$-R_B.L + P_2.Sin\alpha.(L_3) + P_1.L_2 + Q.\frac{1}{2}L_1 = 0$$

$$R_B = \left\{(5{,}25\frac{3{,}5}{2.8}) + (2\frac{5{,}5}{8}) + 1{,}06066\frac{6{,}5}{8}\right\}$$

$$R_B = 3{,}38522375 \; ton$$

Kontrol:

$$R_{AV} + R_B = Q + P_1 + P_2 Sin\alpha$$

$$4{,}92543625 + 3{,}38522375 = 1{,}5 + 2 + 1{,}06066$$

Reaksi arah horizontal:

$\sum K_H = 0$ maka $R_{AH} - P_2 Cos\alpha = 0$

$$R_{AH} = P_2 Cos\alpha = 1{,}06066 \; ton$$

Momen yang terjadi:

$$M_A = M_B = 0$$

$$M_C = R_A.L_1 - \frac{1}{2}q.L_1 2$$

$$M_C = 4{,}92543625.3{,}5 - \frac{1}{2}1{,}5.3{,}5^2 = 8{,}051527 tm$$

$$M_D = R_A.L_2 - q.L_1.L_2 + \frac{1}{2}q.L_1^{\,2}$$

$$M_D = 4{,}92543625.5{,}5 - 1{,}5.3{,}5.5{,}5 + \frac{1}{2}1{,}5.3{,}5^2 = 7{,}402399 tm$$

$$M_E = R_A.L_3 - q.L_1.L_3 + \frac{1}{2}q.L_1^{\,2} - P_1.(L_3 - L_2)$$

$$M_E = 4{,}92543625.6{,}5 - 1{,}5.3{,}5.6{,}5 + \frac{1}{2}1{,}5.3{,}5^2 - 2.(6{,}5 - 5{,}5)$$

$$M_E = 5{,}077836 \; tm$$

Momen pada titik x pada bagian beban terbagi rata diasumsikan pada sejarak x dari sisi kiri balok, momen yang terjadi sebesar:

$$M_X = R_A.x - \frac{1}{2}q.x^2$$

$$M_X = 4{,}92543625.x - \frac{1}{2}1{,}5.x^2$$

Jarak x dari sisi kiri balok di mana terjadi momen maksimum pada bagian beban terbagi rata adalah:

$$\frac{\partial M_X}{\partial x} = 0 \quad \text{maka} \quad 4{,}92543625 - 1{,}5.x = 0$$

$$x = \frac{4{,}92543625}{1{,}5} = 3{,}283624\ m$$

$$M_X = 4{,}92543625.x - \frac{1}{2}1{,}5.x^2$$

$$M_X = 4{,}92543625.3{,}283624 - \frac{1}{2}1{,}5.3{,}283624^2$$

$$M_X = 8{,}086641\ tm$$

Gaya Lintang:

$D_A = R_{AV} = 4{,}92543625\ t\ (+)$

$D_X = 0$

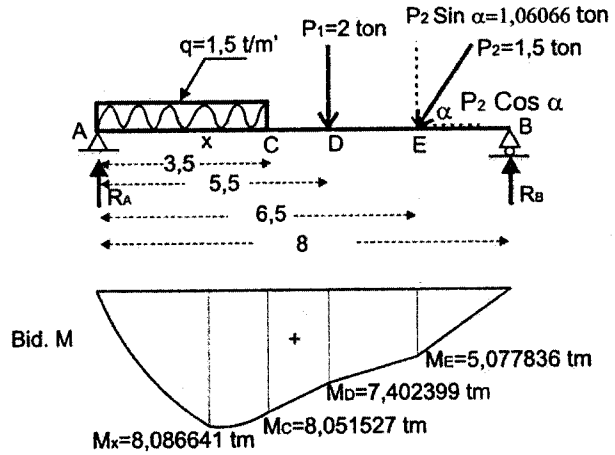
$D_C = R_{AV} - Q = 4{,}92543625 - 5{,}25 = -0{,}324564\ t\ (-)$

$D_D = D_C - P_1 = -0{,}324564 - 2 = -2{,}324564\ t\ (-)$

$D_E = D_D - P_2 Sin\alpha = -2{,}324564 - 1{,}06066 = -3{,}38522375\ t\ (-)$

$D_B = D_E + R_B = -3{,}38522375 + 3{,}38522375 = 0$

Gambar Bidang Gaya Lintang:



2.4 Bidang Normal

Gaya Normal adalah gaya dalam yang bekerja sejajar dengan serat balok untuk memberikan reaksi dari gaya luar yang bekerja juga sejajar serat balok. Bidang Normal dapat digambarkan apabila dalam sebuah konstruksi bekerja gaya horizontal sejajar serat balok atau gaya miring yang membentuk sudut tertentu. Bidang normal biasanya terjadi akibat beban terpusat. Apabila gaya normal tersebut akibat beban terbagi rata maka beban tersebut di asumsikan menjadi beban terpusat.

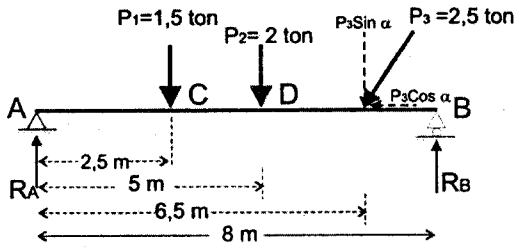
Secara umum gaya normal yang akan digambarkan dalam bentuk Bidang Normal dapat dikatakan sebagai reaksi horizontal terhadap gaya horizontal. Perlu adanya kesepakatan bahwa apabila gaya normal arahnya ke kanan maka bertanda positif (+) maka sebaliknya apabila gaya normal arahnya ke kiri bertanda negatif (-). Untuk menentukan gaya normal digunakan persamaan 1.2 (($\Sigma KH = 0$).

Contoh 2.19

Sebuah Balok AB dengan panjang 8 m, dibebani dengan gaya terpusat sebesar $P_1 = 1{,}5$ ton pada jarak 2,5 m dari sisi kiri balok dan diberi gaya terpusat sebesar $P_2 = 2$ ton pada jarak 5 m dari sisi kiri balok dan gaya terpusat sebesar $P_3 = 2{,}5$ ton bekerja miring dengan sudut 45° terhadap bidang balok dengan jarak 6,5 m dari sisi kiri balok. Tentukan Momen, Gaya Lintang dan Gaya Normal pada balok tersebut dan Gambarkan masing-masing Bidangnya.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Gaya P_3 diuraikan terlebih dahulu kearah vertikal dan horizontal sebagai berikut:

$$P_{3V} = P_3.Sin\alpha = 2{,}5.\sin 45° = 0{,}707$$

$$P_{3H} = P_3.\cos\alpha = 2{,}5.\cos 45° = 0{,}707$$

$\sum M_B = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik B)

$$R_{AV}.L - P_1.(L-a) - P_2.(L-b) - P_3.Sin\alpha.(L-c) = 0$$

$$R_{AV}.L - 1{,}5.(5{,}5) - 2.(3) - 0{,}707.(1{,}5) = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1{,}5.(5{,}5) + 2.(3) + 0{,}707.(1{,}5)}{8} = \frac{15{,}3105}{8}$$

$$R_{AV} = 1{,}9138125ton$$

$\sum K_H = 0$ maka $R_{AH} - P_3Sin\alpha = 0$

$$R_{AH} = 0{,}707ton$$

$\sum M_A = 0$ (semua gaya-gaya di momenkan ke titik A)

$$-R_B.L + P_3.Sin\alpha.(c) + P_2.b + P_1.a = 0$$

$$-R_B.8 + 0{,}707.(6{,}5) + 2.5 + 1{,}5.2{,}5 = 0$$

$$R_B = \frac{0{,}707.(6{,}5) + 2.5 + 1{,}5.2{,}5}{8} = \frac{18{,}3455}{8}$$

$$R_B = 2{,}2931875ton$$

Sebagai Kontrol:

$$P_1 + P_2 + P_{3V} = R_{AV} + R_B$$

$1{,}5 + 2 + 0{,}707 = 1{,}9138125 + 2{,}2931875 = 4{,}207$ (OK)

Momen pada tiap titik:

$$M_A = M_B = 0$$

$$M_C = R_A.a = 1{,}9138125.2{,}5 = 5tm(+)$$

$$M_D = R_A.b - P_1.(b-a) = 1{,}9138125.5 - 1{,}5.(5-2{,}5)$$
$$= 5{,}819063tm(+)$$

$$M_E = R_A.c - P_1.(c-a) - P2.(c-b)$$

$$M_E = 1{,}9138125.6{,}5 - 1{,}5.4 - 2.1{,}5 = 3{,}439781tm(+)$$

Gaya Lintang:

$$D_A = R_{AV} = 1{,}9138125t(+)$$

$$D_C = R_{AV} - P_1 = 1{,}9138125 - 1{,}5 = 0{,}4138125t(+)$$

$$D_D = D_C - P_2 = 0{,}4138125 - 2 = -1{,}5861875t(-)$$

$$D_E = D_D - P_3Sin\alpha = -1{,}5861875 - 0{,}707 = -2{,}2931875t(-)$$

$$D_B = D_E + R_B = -2{,}2931875 + 2{,}2931875 = 0$$

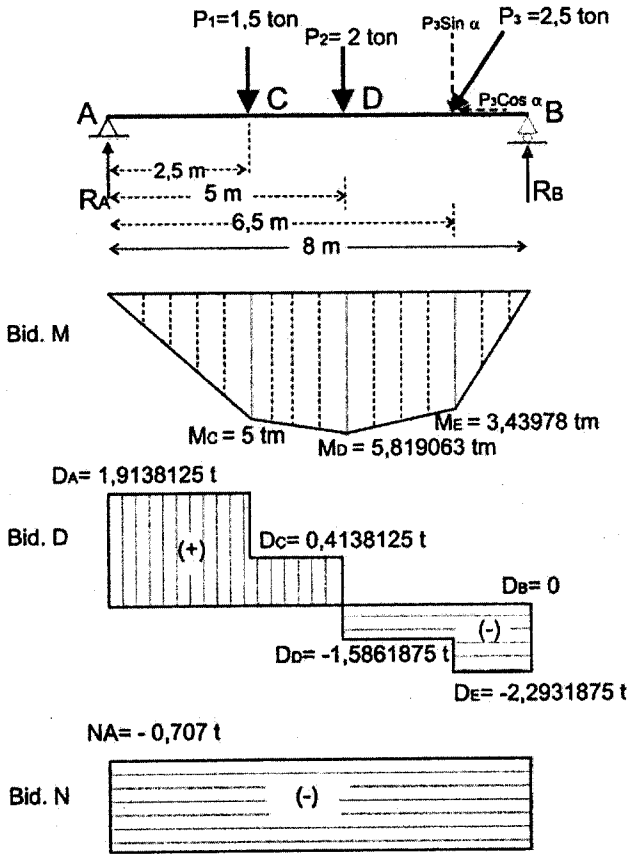
Gaya Normal:

$$\sum K_H = 0$$

$$N + R_{AH} = 0$$

$$N = -0{,}707t(-)$$

Gambar Bidang Momen, Bidang Gaya Lintang dan Bidang Normal sebagai berikut:

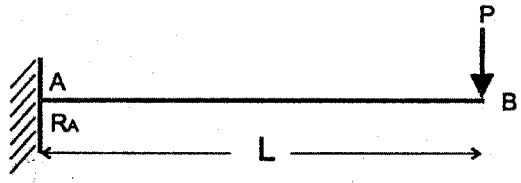


2.5 Konstruksi Kentilever (Overstek)

Konstruksi kentilever (overstek) sering disebut overhang di mana pada konstruksi ini terdapat salah satu ujung baloknya terjepit sementara ujung balok yang lainnya bebas atau tanpa tumpuan. Konstruksi seperti ini sering dijumpai pada bagian dari sebuah konstruksi gedung.

2.5.1 Konstruksi kentilever (overstek) beban terpusat

Pada konstruksi kentilever (overstek) dengan panjang bentang L pada ujung balok yang bebas bekerja beban terpusat sebesar P seperti diperlihatkan pada Gambar 2.17 maka penyelesaian terhadap momen, gaya lintang dan gaya normal adalah sebagai berikut:



Gambar 2.17 *Konstruksi Kentilever (overstek) dengan beban terpusat*

Reaksi Tumpuan:

$$\sum K_V = 0$$

$$R_A - P = 0 \quad \text{.....} \quad (2.40)$$

$$R_A = P$$

Momen:

untuk penyelesaian momen pada konstruksi overstek terlebih dulu diberi tanda negatif didepannya

$$M_A = -P.L \quad \text{..... (2.41)}$$

$$M_B = -P.0 = 0$$

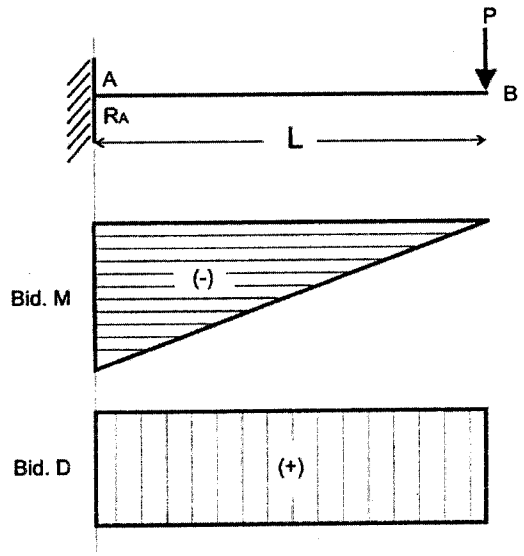
Gaya Lintang:

$$D_A = R_A \quad \text{..... (2.42)}$$

$$D_B = R_A - P = 0$$

Gaya Normal: Pada kondisi ini tidak terdapat gaya normal karena tidak ada beban horizontal atau beban sejajar serat balok.

Gambar Bidang Momen, Bidang Gaya Lintang dan Bidang Normal sebagai berikut:



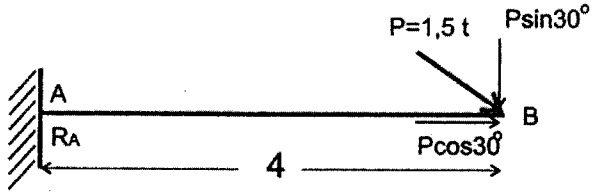
Contoh 2.20

Sebuah Balok AB dengan panjang 4 m pada salah satu ujung balok terjepit dan pada ujung lainnya bebas, dibebani dengan gaya terpusat

sebesar $P_1 = 1,5$ ton yang membentuk sudut 30° terhadap balok. Tentukan Momen, Gaya Lintang dan Gaya Normal pada balok tersebut dan Gambarkan masing-masing Bidangnya.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Uraian gaya P:

$$P_V = P\sin 30° = 1,5.0,57735 = 0,866025t$$

$$P_H = P\cos 30° = 1,5.1,154701 = 1,732051t$$

Reaksi Tumpuan:

$$\sum K_V = 0$$

$$R_{AV} - P_V = 0$$

$$R_{AV} = 0,866025t$$

$$\sum K_H = 0$$

$$R_{AH} - P_H = 0$$

$$R_{AH} = 1,732051t$$

Momen:

$$M_A = -P_V.L$$

$$M_A = -0{,}866025.4 = -3{,}464102tm(-)$$

$$M_B = 0$$

Gaya Lintang:

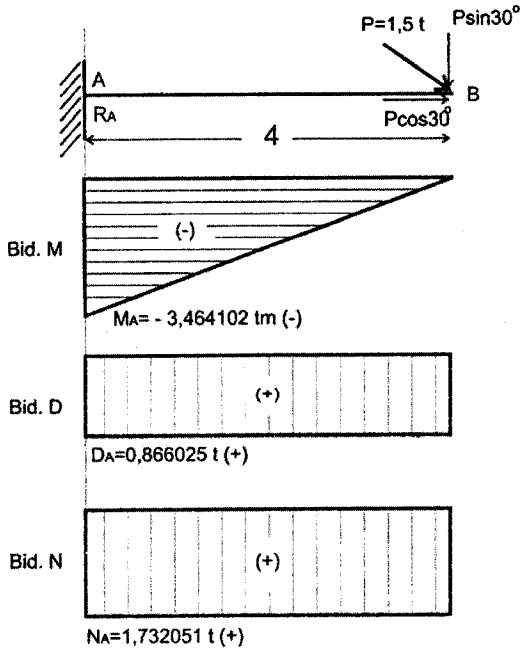
$$D_A = R_A = 0{,}866025t(+)$$

$$D_B = R_A - P_V = 0$$

Gaya Normal:

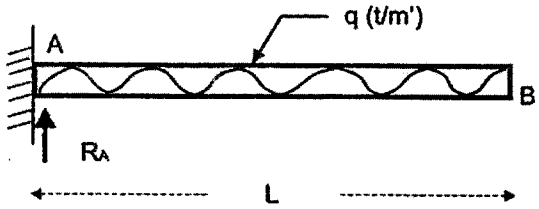
$$N_A = R_{AH} = 1{,}732051t(+)$$

Gambar masing-masing Bidang:



2.5.2 Konstruksi kentilever (overstek) beban terbagi rata

Pada konstruksi kentilever (overstek) dengan panjang bentang L pada ujung balok yang bebas bekerja beban terbagi rata q seperti diperlihatkan pada Gambar 2.18 maka penyelesaian terhadap momen, gaya lintang dan gaya normal adalah sebagai berikut:



Gambar 2.18 *Konstruksi Kentilever (overstek) dengan beban terbagi rata*

Berat Beban terbagi rata:

$$Q = q.L$$

Reaksi Tumpuan:

$$\sum K_V = 0$$

$$R_A - Q = 0$$

$$R_A = Q \quad \text{.....} \quad (2.43)$$

Momen:

untuk penyelesaian momen pada konstruksi overstek terlebih dulu diberi tanda negatif didepannya

$$M_X = -q.x.\frac{1}{2}x$$

$$M_X = -\frac{1}{2}q.x^2 \quad \text{.....} \quad (2.44)$$

Momen pada titik A maka x = L sehingga:

$$M_A = -\frac{1}{2} q.L^2 \quad \text{..... (2.45)}$$

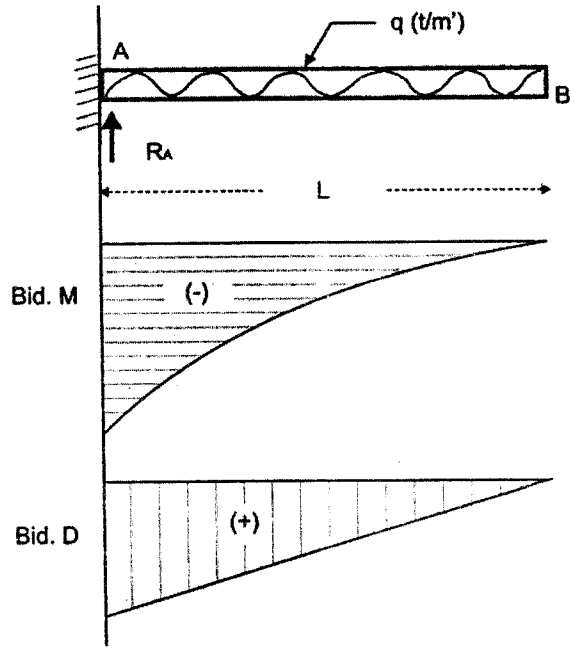
Gaya Lintang:

$$D_A = R_A \quad \text{..... (2.46)}$$

$$D_B = R_A - Q = 0$$

Gaya Normal: Pada kondisi ini tidak terdapat gaya normal karena tidak ada beban horizontal atau beban sejajar serat balok.

Gambar Bidang Momen, Bidang Gaya Lintang dan Bidang Normal sebagai berikut:

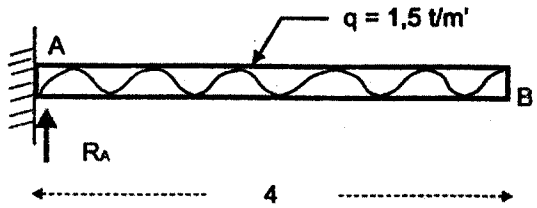


Contoh 2.21

Sebuah Balok AB dengan panjang 4 m pada salah satu ujung balok terjepit dan pada ujung lainnya bebas, dibebani dengan beban terbagi rata q = 1,5 ton. Tentukan Momen, Gaya Lintang dan Gaya Normal pada balok tersebut dan Gambarkan masing-masing Bidangnya

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok AB sebagai berikut:



Berat beban terbagi rata:

$$Q = q.L = 1{,}5.4 = 6\ t$$

Reaksi Tumpuan:

$$\sum K_V = 0$$

$$R_A - Q = 0$$

$$R_A = 6\ t$$

Momen:

$$M_A = -\frac{1}{2} q.L^2$$

$$M_A = -\frac{1}{2}.1{,}5.4^2 = -12tm(-)$$

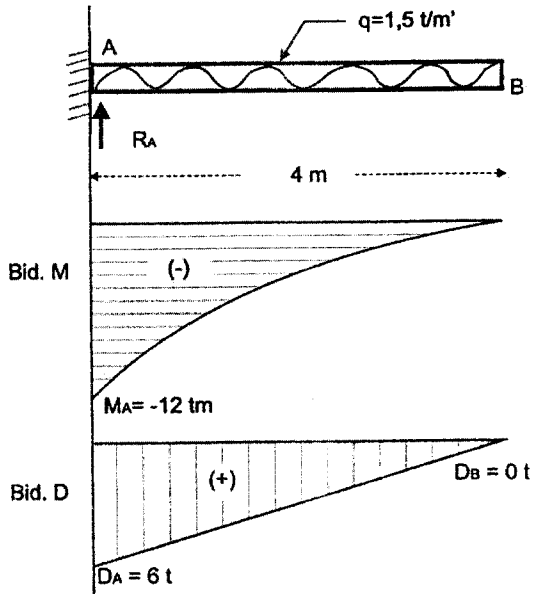
$$M_B = 0$$

Gaya Lintang:

$D_A = R_A = 6\ t\ (+)$

$D_B = R_A - P_V = 0$

Gambar masing-masing Bidang:



2.6 Konstruksi Gabungan Balok dan Kentilever

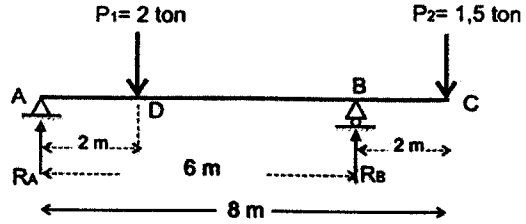
Pada gabungan konstruksi Balok dan kentilever akan terjadi momen positif dan momen negatif, khususnya apabila pada konstruksi tersebut dibebani pada bagian balok dan kentilever dan untuk lebih jelasnya dapat diikuti penjelasan contoh soal berikut.

Contoh 2.22

Pada sebuah Balok ABC seperti diperlihatkan pada Gambar 2.17 diberi beban terpusat sebesar $P_1 = 2$ ton dan $P_2 = 1,5$ ton. Tentukan momen, gaya lintang dan gambarkan bidang masing-masing.

Penyelesaian:

Dari persoalan di atas dapat digambarkan konstruksi balok ABC sebagai berikut:



Reaksi Tumpuan:

$\sum M_B = 0$

$R_A.6 - P_1.4 + P_2.2 = 0$

$R_A = \dfrac{2.4 - 1,5.2}{6} = 0,833\ t$

$\sum M_A = 0$

$-R_B.6 + P_1.2 + P_2.8 = 0$

$R_B = \dfrac{2.2 + 1,5.8}{6} = 2,667\ t$

Kontrol:

$\sum K_V = 0$

$R_A + R_B - P_1 - P_2 = 0$

$0,833 + 2,667 - 2 - 1,5 = 0$ (OK)

Momen:

$M_A = 0$

$M_D = R_A.2 = 0{,}833.2 = 1{,}666\ tm\ (+)$

$M_B = R_A.6 - P_1.4 = 0{,}833.6 - 2.4 = -3\ tm\ (-)$

$M_C = R_A.8 - P_1.6 + R_B.2 = 0{,}833.8 - 2.6 + 2{,}667.2 = 0\ tm\ (-)$

Gaya Lintang:

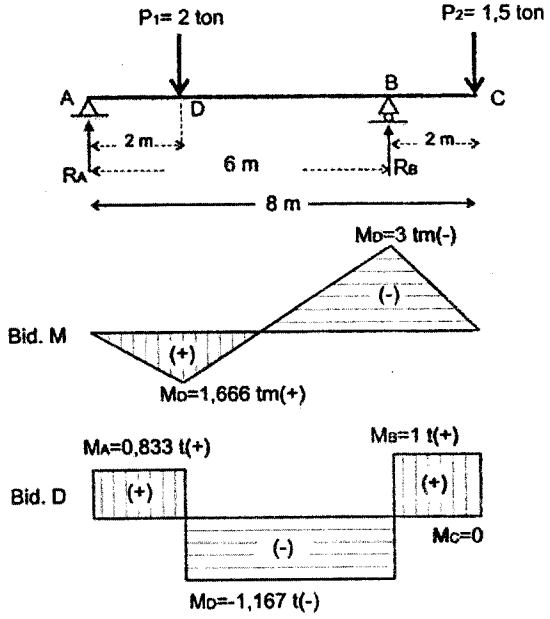
$D_A = R_A = 0{,}833\ t\ (+)$

$D_D = R_A - P_1 = 0{,}833 - 2 = -1{,}167\ t\ (-)$

$D_B = D_D + R_B = -1{,}167 + 2{,}667 = 1\ t\ (+)$

$D_C = D_B - P_2 = 1 + 1 = 0$

Gambar masing-masing Bidang:



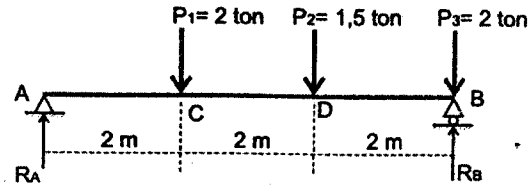
2.7 Soal dan Penyelesaian

Untuk lebih memahami materi yang telah dijelaskan diatas berikut akan disajikan beberapa bentuk soal dan penyelesaiannya secara lengkap yang dapat dijadikan pedoman dalam menyelesaikan persoalan-persoalan lainnya.

1. Sebuah Balok dengan panjang 6 meter dibebani dengan beban terpusat $P_1 = 2$ ton berada pada 2 meter dari sisi kiri balok dan beban $P_2 = 1{,}5$ ton berada pada 4 meter dari sisi kiri balok dan beban $P_3 = 2$ ton berada persis pada ujung balok sebelah kanan. Gambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang gaya normalnya.

Penyelesaian

Dari persoalan di atas maka konstruksi tersebut dapat digambarkan sebagai berikut:



Reaksi Tumpuan:

$\sum M_B = 0$

$R_A.6 - P_1.4 - P_2.2 = 0$

$R_A = \frac{P_1.4 + P_2.2}{6} = \frac{2.4 + 1{,}5.2}{6} = \frac{11}{6} = 1{,}8333\ t$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_B.6 + P_3.6 + P_2.4 + P_1.2 = 0$$

$$R_B = \frac{P_3.6 + P_2.4 + P_1.2}{6} = \frac{2.6 + 1{,}5.4 + 2.2}{6} = \frac{12}{6} = 3{,}6667\ t$$

Kontrol:

$$\sum K_V = 0$$

$$R_A - P_1 - P_2 - P_3 + R_B = 0$$

$$1{,}8333 - 2 - 1{,}5 - 2 + 3{,}6667 = 0 \quad \text{(OK)}$$

Momen:

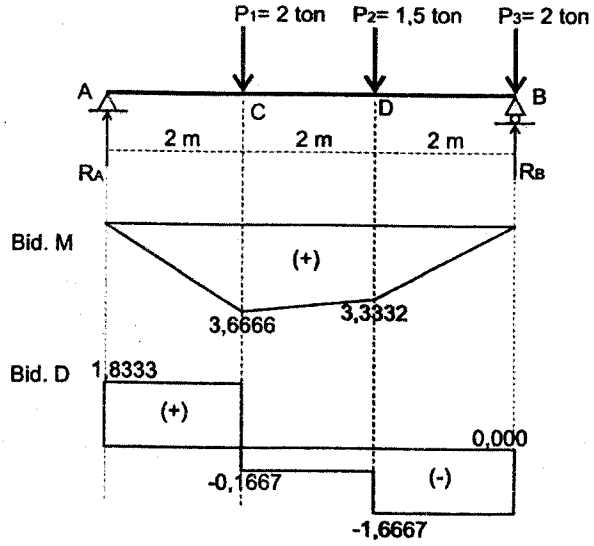
$$M_A = 0$$

$$M_C = R_A.2 = 1{,}8333.2 = 3{,}6666\ tm\ (+)$$

$$M_D = R_A.4 - P_1.2 = 1{,}8333.4 - 2.2 = 3{,}3332\ tm\ (+)$$

$$M_B = R_A.6 - P_1.4 - P_2.2 = 1{,}8333.6 - 2.4 - 1{,}5.2 = 0$$

Gambar bidang momen dan bidang gaya lintang sebagai berikut:



Gaya lintang:

$$D_A = R_A = 1{,}8333\ t\ (+)$$

$$D_C = R_A - P_1 = 1{,}8333 - 2 = -0{,}1667\ t\ (-)$$

$$D_D = D_C - P_2 = -0{,}1667 - 1.5 = -1{,}6667\ t\ (-)$$

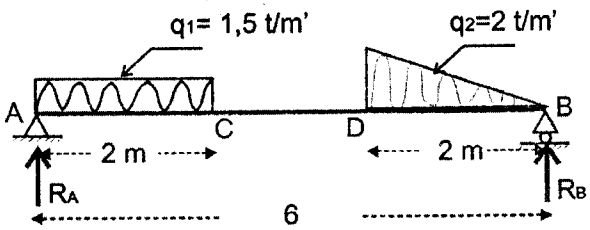
$$D_B = D_D - P_3 + R_B = 1{,}6667 - 2 + 3{,}6667 = 0$$

Gaya normal: Pada konstruksi tersebut di atas tidak bekerja gaya sejajar serat balok (gaya horizontal) maka tidak ada gaya normal

2. Sebuah Balok dengan panjang 6 meter dibebani dengan beban terbagi rata dalam bentuk empat persegi panjang q_1 = 1,5 ton sepanjang 2 meter dari sisi kiri balok dan beban terbagi rata dalam bentuk segi tiga dengan q_2 = 2 ton sepanjang 2 meter berada pada sisi kanan balok. Gambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang gaya normalnya.

Penyelesaian

Dari persoalan di atas maka konstruksi tersebut dapat digambarkan sebagai berikut:



Berat beban terbagi rata:

Beban persegi panjang $Q_1 = q_1.2 = 1{,}5.2 = 3\ t$

Beban segi tiga $Q_2 = \frac{1}{2}q_2.2 = \frac{1}{2}2.2 = 2\ t$

(letak pusat berat beban segi tiga pada 2/3 dari sisi kanan)

Reaksi Tumpuan:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A.6 - Q_1.5 - Q_2.(\frac{2}{3}.2) = 0$$

$$R_A = \frac{Q_1.5 + Q_2.\frac{4}{3}}{6} = \frac{3.5 + 2.1{,}3333}{6} = 2{,}9444\ t$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_B.6 + Q_2.4{,}6667 + Q_1.1 = 0$$

$$R_B = \frac{Q_2.4{,}6667 + Q_1.1}{6} = \frac{2.4{,}6667 + 3.1}{6} = 2{,}0556\ t$$

Kontrol:

$$\sum K_V = 0$$

$$R_A - Q_1 - Q_2 + R_B = 0$$

$$2{,}9444 - 3 - 2 + 2{,}0556 = 0 \quad \text{(OK)}$$

Momen:

$$M_A = 0$$

$$M_C = R_A.2 - Q_1.1 = 2{,}9444.2 - 3.1 = 2{,}8889\ tm\ (+)$$

$$M_D = R_A.4 - Q_1.3 = 2{,}9444.4 - 3.3 = 2{,}7777\ tm\ (+)$$

$$M_B = R_A.6 - Q_1.5 - Q_2.1{,}3333 = 2{,}9444.6 - 3.5 - 2.1{,}3333 = 0$$

Momen pada titik X_1 sebesar: (Jarak x dari sisi kiri balok)

$$M_{X1} = R_A.x_1 - \frac{1}{2}q_1.x_1^2 = 2{,}9444.x_1 - \frac{1}{2}1{,}5.x_1^2$$

Untuk menghitung jarak x_1 maka turunan pertama M_{X1} harus sama dengan 0 (nol)

$$\frac{\partial M_{X1}}{\partial x} = 0$$

$$2{,}9444 - 1{,}5.x_1 = 0$$

$$x_1 = \frac{2{,}9444}{1{,}5} = 1{,}963\ m$$ dari sisi kiri balok

Momen pada titik x_1 substitusikan nilai x_1 ke persamaan M_{X1}:

$$M_{X1} = 2{,}9444.1{,}963 - \frac{1}{2}1{,}5.1{,}963^2 = 2{,}8898\ tm\ (+)$$

Momen pada titik X_2 sebesar: (Jarak x_2 dari sisi kiri beban q_2)

$$M_{X2} = R_A.(4 + x_2) - Q_1.(3 + x_2) - \frac{1}{2} q_2.x_2^{\,2}$$

$$M_{X2} = 11{,}7777 + 2{,}9444x_2 - 9 - 3x_2 - \frac{1}{4} 2.x_2^{\,2}$$

$$M_{X2} = 2{,}7777 - 0{,}0556x_2 - \frac{1}{2} x_2^{\,2}$$

Untuk menghitung jarak x_2 maka turunan pertama MX2 harus sama dengan 0 (nol)

$$\frac{\partial M_{X2}}{\partial x} = 0$$

$$-0{,}0556 - x_2 = 0$$

$x_2 = -0{,}0556\ m$ dari sisi kiri beban q_2,

Hal ini menggambarkan bahwa momen maksimum pada bagian segitiga terjadi di luar range beban segi tiga tersebut sehingga tidak perlu diperhitungkan.

Gaya lintang:

$$D_A = R_A = 2{,}9444\ t\ (+)$$

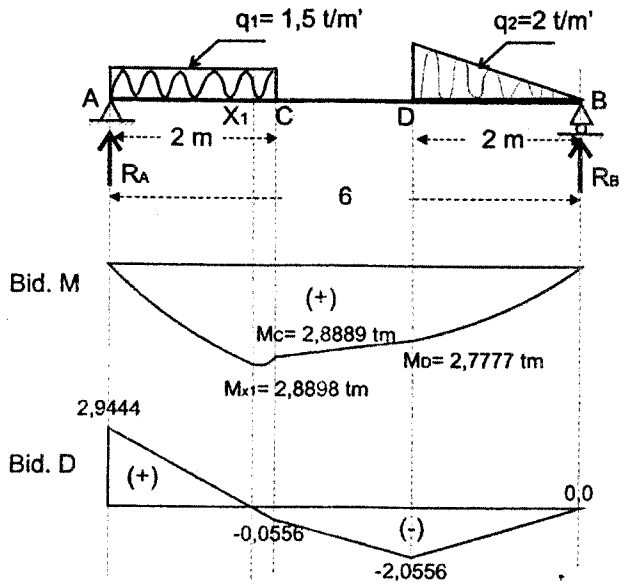
$$D_C = R_A - Q_1 = 2{,}9444 - 3 = -0{,}0556\ t\ (-)$$

$$D_D = D_C - Q_2 = -0{,}0556 - 2 = -2{,}0556\ t\ (-)$$

$$D_B = D_D + R_B = -2{,}0556 + 2{,}0556 = 0$$

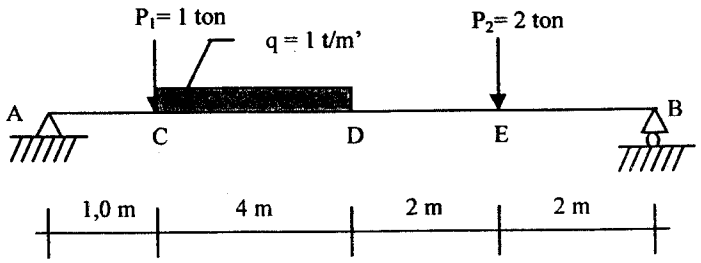
Gaya normal: Pada konstruksi tersebut di atas tidak bekerja gaya sejajar serat balok (gaya horizontal) maka tidak ada gaya normal.

Gambar bidang momen dan bidang gaya lintang sebagai berikut:

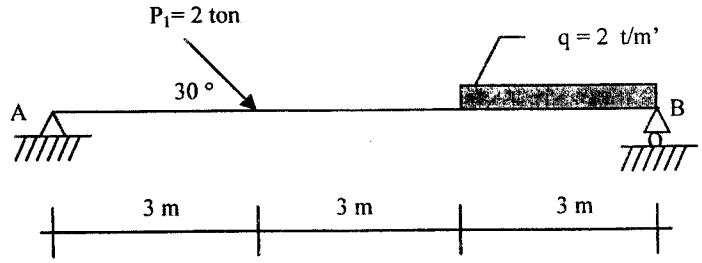


SOAL LATIHAN

1. Diketahui : seperti tergambar
   Ditanya : a. Momen pada tiap titik
   b. Momen maksimum
   c. Gaya Lintang
   d. Gaya Normal
   (Gambar Bidang M, D dan N)



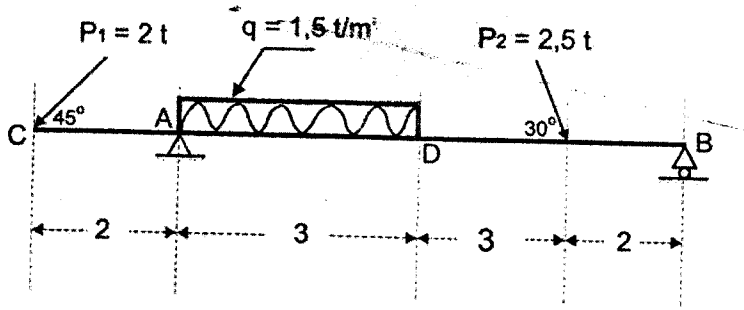
2. Diketahui : seperti tergambar
   Ditanya : a. Momen pada tiap titik
   b. Momen maksimum
   c. Gaya Lintang
   d. Gaya Normal
   (Gambar Bidang M, D dan N)



3. Diketahui : seperti tergambar
   Ditanya : a. Momen pada tiap titik

b. Momen maksimum
c. Gaya Lintang
d. Gaya Normal

(Gambar Bidang M, D dan N)



-oo0oo-

BAB 3

GARIS PENGARUH

Menjelaskan tentang Garis Pengaruh yaitu analisa gaya dan menghitung momen akibat beban bergerak. Pembahasan terdiri dari garis pengaruh reaksi tumpuan, garis pengaruh momen dan gaya lintang baik untuk beban terpusat maupun beban terbagi rata. Diharapkan dengan mempelajari bab ini maka pembaca dapat memahami penyelesaian momen dengan Garis Pengaruh.

Secara umum setiap konstruksi sipil selalu dibebani oleh beban mati (muatan tetap) dan beban hidup (muatan bergerak). Beban mati (muatan tetap) adalah suatu beban yang tetap dan selalu bekerja pada konstruksi tersebut seperti berat sendiri konstruksi sedangkan beban hidup (muatan bergerak) adalah suatu beban yang bekerja pada saat tertentu saja seperti beban angin, beban gempa, beban manusia dan peralatan pada saat pengerjaan konstruksi dan juga beban kenderaan pada konstruksi jembatan dan pembahasan garis pengaruh itu umumnya pada konstruksi jembatan yang dilewati oleh beban

kendaraan. Garis pengaruh ini adalah suatu grafik yang menunjukkan besarnya pengaruh dari suatu satuan muatan untuk setiap perubahan kedudukan beban hidup (muatan bergerak)

Pada bagian garis pengaruh ini adalah penyelesaian reaksi tumpuan, momen dan gaya lintang. Untuk konstruksi yang dibebani muatan bergerak maka penyelesaian tersebut dapat dilakukan dengan cara Garis Pengaruh.

3.1 Garis Pengaruh Reaksi Tumpuan

Untuk menyelesaikan masalah reaksi tumpuan pada balok dengan cara garis pengaruh dapat dilakukan seperti diperlihatkan pada Gambar 3.1.

Beban bergerak bekerja sejarak x dari tumpuan A maka reaksi tumpuan dapat dihitung sebesar beban dikalikan dengan ordinatnya, dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$R = P.y \quad \ldots\ldots (3.1)$$

di mana:

R = reaksi tumpuan
P = beban
y = ordinat grafik

Garis Pengaruh R_A

Muatan bergerak P biasanya diasumsikan dengan P = 1 t

Bila beban P terletak di tumpuan B maka:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A.L = 0$$

$$R_A = 0 \quad \ldots\ldots (3.2)$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_B.L + P.L = 0$$

$$R_B = P \quad \ldots\ldots (3.3)$$

Garis Pengaruh R_B

Muatan bergerak P biasanya diasumsikan dengan P = 1 t

Bila beban P terletak di tumpuan A maka:

$$\sum M_B = 0$$

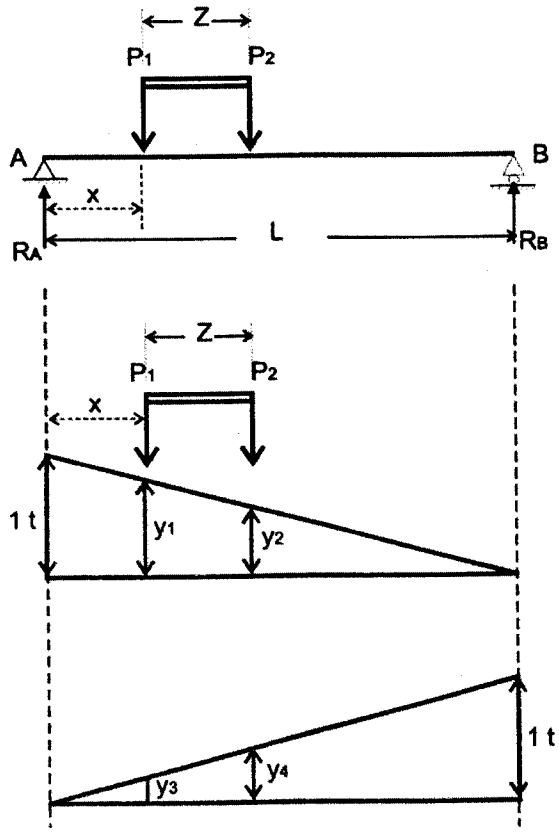
$$R_A.L - P.L = 0$$

$$R_A = P \quad \ldots\ldots (3.4)$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_B.L = 0$$

$$R_B = 0 \quad \ldots\ldots (3.5)$$



Gambar 3.1 *Garis Pengaruh Reaksi Tumpuan*

Berdasarkan muatan yang melewati balok sejarak x dari tumpuan A maka RA dan RB dapat dinyatakan dengan:

$$R_A = P_1.y_1 + P_2.y_2 \quad \text{.....(3.6)}$$

$$R_B = P_1.y_3 + P_2.y_4 \quad \text{.....(3.7)}$$

Contoh 3.1

Sebuah balok AB panjang 8 meter diberi beban bergerak $P_1 = 2$ ton dan $P_2 = 1$ ton (jarak P_1 dan P_2 adalah 2 meter) sejarak 2 meter dari tumpuan A (seperti tergambar). Hitung Reaksi Tumpuan R_A dan R_B dengan menggunakan cara Garis Pengaruh.

Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut:

Ordinat y_1, dan y_2

$$\frac{y_1}{6} = \frac{1}{8} \quad \text{maka} \quad y_1 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{y_2}{4} = \frac{1}{8} \quad \text{maka} \quad y_2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Ordinat y_3, dan y_4

$$\frac{y_3}{2} = \frac{1}{8} \quad \text{maka} \quad y_3 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{y_4}{4} = \frac{1}{8} \quad \text{maka} \quad y_4 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Reaksi Tumpuan

$$R_A = P_1.y_1 + P_2.y_2$$

$$R_A = 2.\frac{3}{4} + 1.\frac{1}{2}$$

$$R_A = \frac{6}{4} + \frac{1}{2} = \frac{6+2}{4}$$

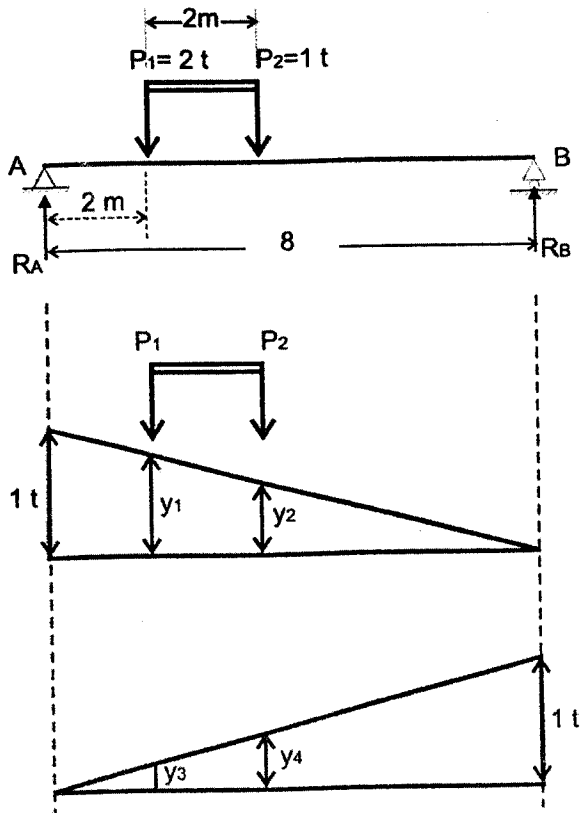
$$R_A = 2 \ ton$$

$$R_B = P_1.y_3 + P_2.y_4$$

$$R_B = 2.\frac{1}{4} + 1.\frac{1}{2}$$

$$R_A = \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2+2}{4}$$

$$R_B = 1 \ ton$$



3.2 Garis Pengaruh Momen dan Gaya Lintang

Dalam penyelesaian masalah momen dan gaya lintang pada balok dengan cara garis pengaruh dapat dilakukan seperti diperlihatkan pada Gambar 3.2.

Untuk melukis garis pengaruh momen dilakukan dengan membuat busur menggunakan jangka pusat titik A dengan jari-jari AC dari titik C ke titik A′ kemudian tarik garis dari titik A′ ke titik B sehingga didapat titik C′ selanjutnya tarik garis dari titik A ke C′ maka diperoleh Δ ABC′ yang disebut dengan garis pengaruh MC dengan ordinat Y berupa C-C′.

Beban sebesar P diletakkan pada balok AB sejarak X dari tumpuan B, maka reaksi tumpuan di A sebesar:

Tinjauan terhadap titik A maka

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A = \frac{P.X}{L} \qquad \text{..... (3.8)}$$

$$M_C = \frac{P.X}{L}.c \qquad \text{..... (3.9)}$$

Momen pada titik C merupakan garis lurus karena fungsi X berpangkat satu.

Untuk x = (L-c) maka

$$M_C = \frac{P.X}{L}.c$$

$$M_C = \frac{P.(L-c)}{L}.c \qquad \text{..... (3.10)}$$

Untuk P = 1 maka

$$M_C = \frac{1.(L-c)}{L}.c$$

$$M_C = \frac{(L-c)}{L}.c \quad \text{..... (3.11)}$$

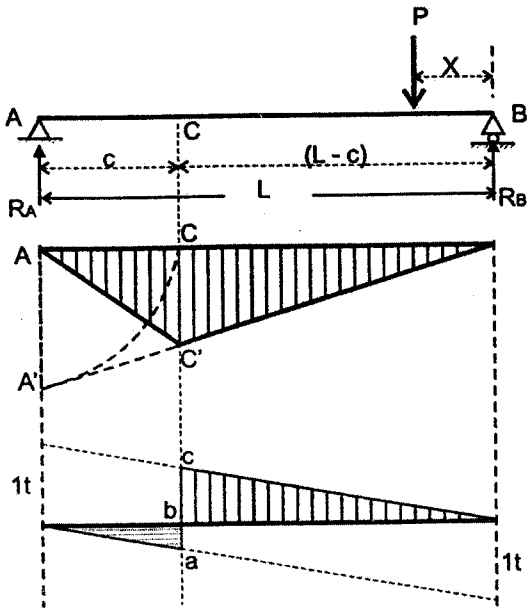
Tinjauan terhadap titik B maka

$$\sum M_A = 0$$

$$R_B = \frac{P.(L-X)}{L} \quad \text{..... (3.12)}$$

$$M_C = R_B.(L-c)$$

$$M_C = \frac{P.(L-X)}{L}.(L-c) \quad \text{..... (3.13)}$$



Gambar 3.2 *Garis Pengaruh Momen dan Gaya Lintang*

Momen pada titik C juga merupakan garis lurus karena fungsi X berpangkat satu

Untuk x = (L-c) maka

$$M_C = \frac{P.(L-X)}{L}.(L-c)$$

$$M_C = \frac{P.\{L-(L-c)\}}{L}.(L-c)$$

$$M_C = \frac{P.c}{L}.(L-c) \quad \text{..... (3.14)}$$

Untuk P = 1 maka

$$M_C = \frac{P.c}{L}.(L-c)$$

$$M_C = \frac{c}{L}.(L-c) \quad \text{..... (3.15)}$$

Ordinat y dapat diselesaikan dengan perbandingan segitiga pada Δ ABC′ sehingga diperoleh persamaan:

$$\frac{CC'}{AA'} = \frac{(L-c)}{L} \quad \text{untuk } CC' = y \text{ maka}$$

$$y = \frac{AA'.(L-c)}{L} \quad \text{..... (3.16)}$$

Pada garis pengaruh Gaya Lintang di titik C dilukiskan dengan cara membuat garis netral di atas titik A dengan menarik garis 1 ton atau 1 meter pada bagian atas garis netral kemudian pada bagian titik B dilukiskan hal yang sama 1 ton atau 1 meter di bawah garis netral

dan dari masing-masing titik tersebut di tarik garis ke arah titik A atau titik B.

Apabila perletakan beban P berada pada bagian C_B dari balok A_B maka gaya lintang DC sebesar R_A maka garis pengaruh RA diambil sampai batas BC. Garis pengaruh R_A dan R_B sampai batas titik C. Dalam penyelesaian garis pengaruh gaya lintang maka ordinat ac dan bc dapat diselesaikan dengan cara perbandingan segitiga. Dari Gambar 3.2 dapat dicari ordinat ab berdasarkan segitiga bagian bawah.

$$\frac{ab}{1} = \frac{c}{L}$$

$$ab = \frac{c}{L} \quad \text{.....} \quad (3.17)$$

ordinat bc berdasarkan segitiga bagian atas maka

$$\frac{bc}{1} = \frac{(L-c)}{L}$$

$$bc = \frac{(L-c)}{L} \quad \text{.....} \quad (3.18)$$

Contoh 3.2

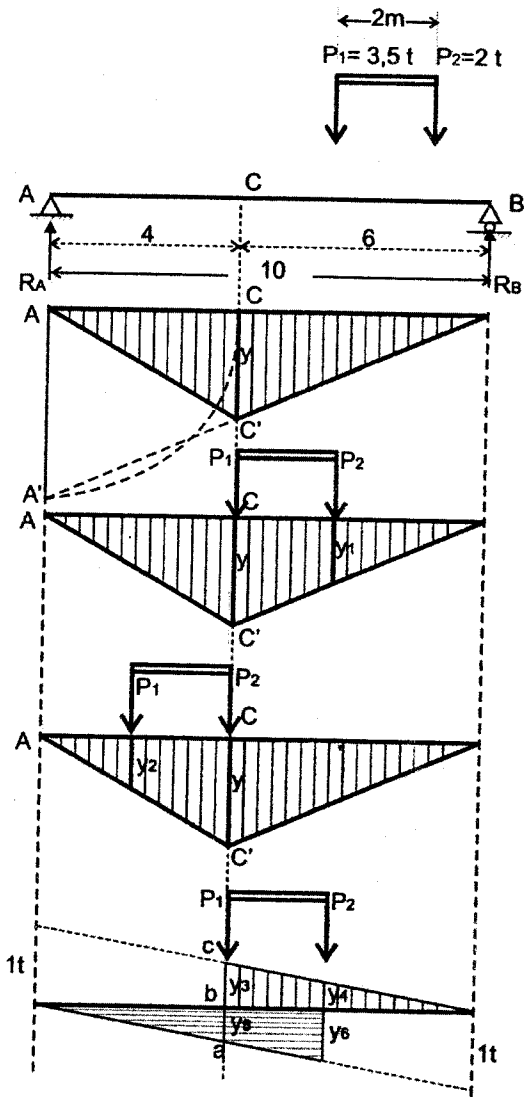
Sebuah balok AB panjang 10 meter, diberi beban bergerak dengan P1 = 3,5 ton dan P2 = 2 ton (jarak P1 dan P2 adalah 2 meter) sejarak 4 meter dari tumpuan A (seperti tergambar). Hitung Momen dan Gaya Lintang dengan menggunakan cara Garis Pengaruh:

Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut:

Langkah pertama dilakukan adalah melukis garis pengaruh Momen pada titik C (MC) dengan cara:

- Buat busur dengan menggunakan jangka dari titik C ke titik A' dengan jari-jari AC dengan pusat lingkatan (busur) adalah titik A.
- Kemudian tarik garis dari titik A' ke titik B sehingga diperoleh titik C'.
- Selanjutnya tarik garis dari titik A ke titik C' sehingga diperoleh sebuah Δ ABC' dan segitiga ini disebut dengan garis pengaruh M_C.



Untuk memperoleh MC maksimum maka "Beban terbesar diletakkan pada titik C dan akan didapatkan 2 buah kemungkinan yaitu Kedudukan I dan Kedudukan II, kemudian diselesaikan masing-masing kedudukan secara satu persatu selanjutnya dipilih nilai momen yang terbesar.

Pada Kedudukan I:

Di cari lebih dahulu ordinat y berdasarkan rumus 3.16.

$$y = \frac{AA'.(L-c)}{L}$$

$$y = \frac{4.(10-4)}{10} = 2{,}4\ m$$

Untuk ordinat y_1:

$$\frac{y_1}{y} = \frac{4}{6}$$

$$y_1 = \frac{4}{6}.y = \frac{4}{6}.2{,}4$$

$$y_1 = 1{,}6\ m$$

Maka momen maksimum yang terjadi sebesar:

$$M_{Cmaks} = P_1.y + P_2 y_1$$

$$M_{Cmaks} = 3{,}5.2{,}4 + 2.1{,}6$$

$$M_{Cmaks} = 11{,}6\ tm$$

Pada Kedudukan II:

$$y = \frac{4(10-4)}{10} = 2{,}4\ m$$

Untuk ordinat y_2:

$$\frac{y_2}{y} = \frac{2}{4}$$

$$y_2 = \frac{2}{4}.y = \frac{2}{4}.2{,}4$$

$$y_2 = 1{,}2\ m$$

Maka momen maksimum yang terjadi sebesar:

$$M_{Cmaks} = P_1.y + P_2 y_2$$

$$M_{Cmaks} = 3{,}5.2{,}4 + 2.1{,}2$$

$$M_{Cmaks} = 10{,}8\ tm$$

Dari kedua kedudukan di atas maka diperoleh momen maksimum pada titik C diambil hasil yang paling besar adalah pada kedudukan I yaitu $M_{Cmaks} = 11{,}6\ tm$

Mencari Gaya Lintang Dc maksimum dan Dc minimum

Dilukiskan terlebih dahulu gambar garis pengaruh DC dengan cara sebagai berikut:

- Tarik garis 1 ton atau 1 meter pada bagian atas garis netral di bawah titik A.
- Hubungkan titik tersebut ke titik B kemudian letakkan beban di tas garis pengaruh tersebut sesuai dengan kedudukan momen maksimum (dalam hal ini sama dengan kedudukan I).
- Buat garis ordinat dibawah beban P_1 dan P_2.
- Lakukan hal yang sama dengan membuat garis 1 ton atau 1 meter di bawah titik B
- Hubungkan titik tersebut ke titik A (perletakan beban sama pada keadaan di atas).
- Buat garis ordinat dibawah beban P_1 dan P_2.

Mencari ordinat y_3, y_4, y_5 dan y_6 berdasarkan rumus 3.17 dan rumus 3.18 maka diperoleh:

$ab = \frac{c}{L}$ pada $ab = y_5$ maka $y_5 = \frac{c}{L}$ sehingga: $y_5 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

ordinat bc berdasarkan segitiga bagian atas maka

$bc = \frac{(L-c)}{L}$ pada $ab = y_3$ maka $y_3 = \frac{(L-c)}{L}$ sehingga

$$y_3 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Berdasarkan kedua ordinat di atas dicari ordinat y_4 dan y_6 dengan perbandingan segitiga sebagai berikut:

$$\frac{y_4}{y_3} = \frac{4}{6} \quad \text{maka} \quad y_4 = \frac{4}{6}.y_3 = \frac{4}{6}.\frac{3}{5}$$

$$y_4 = \frac{2}{5}\,m$$

$$\frac{y_6}{y_5} = \frac{6}{4} \quad \text{maka} \quad y_6 = \frac{6}{4}.y_5 = \frac{6}{4}.\frac{2}{5}$$

$$y_6 = \frac{3}{5}\,m$$

Garis pengaruh Dc maksimum menjadi:

$$D_{Cmaks} = P_1.y_3 + P_2 y_4$$

$$D_{Cmaks} = 3{,}5.\frac{3}{5} + 2.\frac{2}{5}$$

$$D_{Cmaks} = 2{,}9\ ton$$

Garis pengaruh Dc minimum menjadi:

$$D_{C\min} = P_1.y_5 + P_2 y_6$$

$$D_{C\min} = 3{,}5.\frac{2}{5} + 2.\frac{3}{5}$$

$$D_{Cmaks} = 2{,}6\ ton$$

Contoh 3.3

Sebuah balok jajaran ABC panjang 10 meter dengan rincian panjang AB 8 m dan panjang BC 2 m, diberi beban bergerak dengan P = 3 ton. Apabila pada suatu potongan pada titik D sejarak 3 m dari tumpuan A (seperti tergambar) maka hitung momen dan gaya lintang pada potongan D tersebut dengan menggunakan cara faris pengaruh.

Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut

Garis Pengaruh R_A:

A. Beban P diletakkan pada bagian BC di Titik X_1 maka:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A.L_1 + P.(L_2 - X_1) = 0$$

$$R_A = \frac{-P.(L_2 - X_1)}{L_1} = \frac{P(L_2 - X_1)}{L_1}\ (-)$$

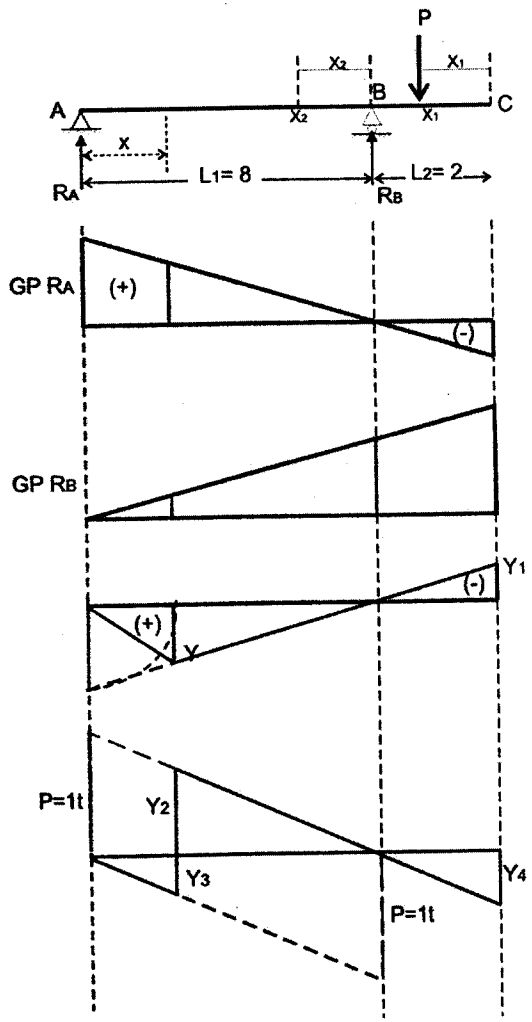
Untuk $X_1 = 0$ (Beban P pada titik C) maka:

$$R_A = \frac{P(L_2 - 0)}{L_1} = \frac{P.L_2}{L_1}\ (-)$$

$$R_A = \frac{3.2}{8} = \frac{6}{8}\,ton\ (-)$$

Untuk $X_1 = L_2$ (Beban P pada titik B) maka:

$$R_A = \frac{P(L_2 - L_2)}{L_1} = 0$$



B. Beban P diletakkan pada bagian AB di Titik X_2 maka:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A . L_1 - P . X_2 = 0$$

$$R_A = \frac{P . X_2}{L_1}$$

Untuk $X_2 = L_1 - X = 8 - 3 = 5$ (Beban P pada titik D) maka:

$$R_A = \frac{P . X_2}{L_1}$$

$$R_A = \frac{3.5}{8} = \frac{15}{8} ton$$

Untuk $X_2 = L_1$ (Beban P pada titik A) maka:

$$R_A = \frac{P . L_1}{L_1} = P$$

$$R_A = 3 ton \ (+)$$

Garis Pengaruh R_B:

A. Beban P diletakkan pada bagian BC di Titik X_1 maka:

$$\sum M_A = 0$$

$$- R_B . L_1 + P . \{L_1 + (L_2 - X_1)\} = 0$$

$$R_B = \frac{P . \{L_1 + (L_2 - X_1)\}}{L_1}$$

Untuk $X_1 = 0$ (Beban P pada titik C) maka:

$$R_B = \frac{P . \{L_1 + (L_2 - 0)\}}{L_1} = \frac{P . (L_1 + L_2)}{L_1}$$

$$R_B = \frac{3 . (8 + 2)}{8} = \frac{30}{8} ton \ (+)$$

Untuk $X_1 = L_2$ (Beban P pada titik B) maka:

$$R_B = \frac{P . \{L_1 + (L_2 - L_2)\}}{L_1} = P$$

$$R_B = 3 ton \ (+)$$

B. Beban P diletakkan pada bagian AB di Titik X_2 maka:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_B . L_1 - P.(L_1 - X_2) = 0$$

$$R_B = \frac{P.(L_1 - X_2)}{L_1}$$

Untuk $X_2 = L_1 - X = 8 - 3 = 5$ (Beban P pada titik D) maka:

$$R_B = \frac{P.(L_1 - X_2)}{L_1}$$

$$R_B = \frac{3.(8-5)}{8} = \frac{9}{8} ton$$

Untuk $X_2 = L_1$ (Beban P pada titik A) maka:

$$R_B = \frac{P.(L_1 - L_1)}{L_1}$$

$$R_B = 0$$

Garis Pengaruh Momen M_D:

$$Y = \frac{3.5}{8} = \frac{15}{8} = 1{,}875\, m$$

$$\frac{Y_1}{Y} = \frac{2}{5} = 0{,}4\, m$$

Kedudukan I:

$$M_{Dmaks} = P.Y = 3.1{,}875 = 5{,}625\, tm(+)$$

Kedudukan II:

$$M_{Dmaks} = P.Y_1 = 3.0{,}4 = 1{,}2\, tm(+)$$

Dari kedua kedudukan di atas maka yang diambil adalah nilai yang paling besar yaitu: $M_{Dmaks} = P.Y = 3.1{,}875 = 5{,}625 tm(+)$

Garis Pengaruh Gaya Lintang D_D:

$$\frac{Y_2}{1} = \frac{5}{8} = \quad \text{maka} \quad Y_2 = \frac{5}{8} = 0{,}625\, m$$

$$\frac{Y_3}{1} = \frac{3}{8} = \quad \text{maka} \quad Y_2 = \frac{3}{8} = 0{,}375\, m$$

$$\frac{Y_4}{1} = \frac{2}{8} = \quad \text{maka} \quad Y_2 = \frac{5}{8} = 0{,}25\, m$$

Maka dapat dihitung garis pengaruh gaya lintang

$$D_{Dmaks} = P.Y_2 = 3.0{,}625 = 1{,}875 t(+)$$

$$D_{D\min(-)} = P.Y_4 = 3.0{,}25 = 0{,}75 t(-)$$

$$D_{D\min(+)} = P.Y_3 = 3.0{,}375 = 1{,}125 t(+)$$

Contoh 3.4

Sebuah balok AB akan dilewati oleh muatan bergerak. Panjang balok AB adalah10 meter dengan rincian panjang AC 4 m dan panjang BC 7 m. Beban bergerak yang melewati balok AB masing-masing $P_1 = 2$ ton, $P_2 = 2$ ton, $P_3 = 3$ ton dan $P_4 = 3$ ton. Jarak masing-masing beban 1 meter. Hitung Momen maksimum, gaya lintang maksimum dan gaya lintang minimum pada potongan C tersebut dengan menggunakan cara garis pengaruh.

Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut

Terdapat 2 buah beban terbesar yaitu P_3 dan P_4 beban masing-masing 3 ton, maka ada 4 kedudukan yang harus dicari dan hasil yang terbesar dari ke 4 kedudukan tersebut disebut dengan Mc Maksimum.

A. Garis Pengaruh Mc

Mencari ordinat y

$$y = \frac{U.V}{L} \longrightarrow y = \frac{4.6}{10} = \frac{24}{10} = 2{,}4\,m$$

$$\frac{y_1}{y} = \frac{1}{4} \longrightarrow y_1 = \frac{y}{4} = \frac{2{,}4}{4} = 0{,}6\,m$$

$$\frac{y_2}{y} = \frac{2}{4} \longrightarrow y_2 = \frac{2y}{4} = \frac{2.2{,}4}{4} = 1{,}2\,m$$

$$\frac{y_3}{y} = \frac{3}{4} \longrightarrow y_3 = \frac{3y}{4} = \frac{3.2{,}4}{4} = 1{,}8\,m$$

$$\frac{y_4}{y} = \frac{5}{6} \longrightarrow y_4 = \frac{5y}{6} = \frac{5.2{,}4}{6} = 2{,}0\,m$$

$$\frac{y_5}{y} = \frac{4}{6} \longrightarrow y_5 = \frac{4y}{6} = \frac{4.2{,}4}{6} = 1{,}6\,m$$

$$\frac{y_6}{y} = \frac{3}{6} \longrightarrow y_6 = \frac{3y}{6} = \frac{3.2{,}4}{6} = 1{,}2\,m$$

Pada Kedudukan I:

$$M_{C\ maks} = P_1.y_2 + P_2y_3 + P_3.y + P_4.y_4$$

$$M_{C\ maks} = 2.1{,}2 + 2.1{,}8 + 3.2{,}4 + 3.2$$

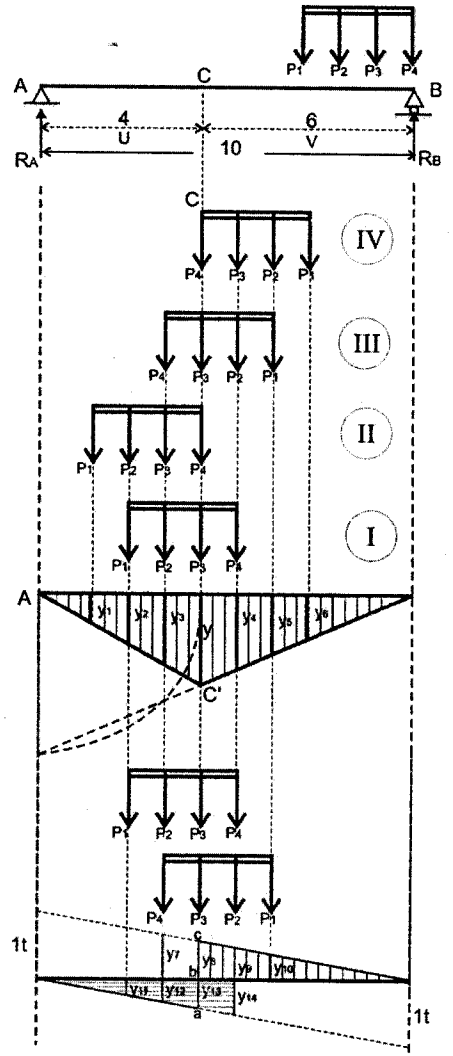
$$M_{C\ maks} = 19{,}2\,tm(+)$$

Pada Kedudukan II:

$$M_{C\ maks} = P_1.y_1 + P_2y_2 + P_3.y_3 + P_4.y$$

$$M_{C\ maks} = 2.0{,}6 + 2.1{,}2 + 3.1{,}8 + 3.2{,}4$$

$$M_{C\ maks} = 16{,}2\,tm(+)$$



Pada Kedudukan III:

$$M_{C\ maks} = P_1.y_5 + P_2 y_4 + P_3.y + P_4.y_3$$

$$M_{C\ maks} = 2.1{,}6 + 2.2{,}0 + 3.2{,}4 + 3.1{,}8$$

$$M_{C\ maks} = 19{,}8\,tm\,(+)$$

Pada Kedudukan IV:

$$M_{C\ maks} = P_1.y_6 + P_2 y_5 + P_3.y_4 + P_4.y$$

$$M_{C\ maks} = 2.1{,}2 + 2.1{,}6 + 3.2{,}0 + 3.2{,}4$$

$$M_{C\ maks} = 18{,}8\,tm\,(+)$$

Dari 4 buah kedudukan di atas dapat disimpulkan bahwa ternyata Momen Maksimum pada titik C (Mc Maks) pada kedudukan III yaitu sebesar Mc maks = 19,8 tm (+)

B. Garis Pengaruh D_D

Kedudukan dari Garis Pengaruh D_D tergantung dari Mc maks yang diperoleh yaitu pada kedudukan III

Mencari ordinat y:

$$\frac{y_7}{1} = \frac{7}{10} \longrightarrow y_7 = \frac{7}{10} = 0{,}7\,m$$

$$\frac{y_8}{1} = \frac{6}{10} \longrightarrow y_8 = \frac{6}{10} = 0{,}6\,m$$

$$\frac{y_9}{1} = \frac{5}{10} \longrightarrow y_9 = \frac{5}{10} = 0{,}5\,m$$

$$\frac{y_{10}}{1} = \frac{4}{10} \longrightarrow y_{10} = \frac{4}{10} = 0{,}4\,m$$

$$\frac{y_{11}}{1} = \frac{2}{10} \longrightarrow y_{11} = \frac{2}{10} = 0{,}2\,m$$

$$\frac{y_{12}}{1} = \frac{3}{10} \longrightarrow y_{12} = \frac{3}{10} = 0{,}3\,m$$

$$\frac{y_{13}}{1} = \frac{4}{10} \longrightarrow y_{13} = \frac{4}{10} = 0{,}4\,m$$

$$\frac{y_{14}}{1} = \frac{5}{10} \longrightarrow y_{14} = \frac{5}{10} = 0{,}5\,m$$

Gaya Lintang Maksimum

$$D_{D\ maks} = P_1.y_{10} + P_2 y_9 + P_3.y_8 + P_4.y_7$$

$$D_{D\ maks} = 2.0{,}4 + 2.0{,}5 + 3.0{,}6 + 3.0{,}7$$

$$D_{D\ maks} = 5{,}7\,ton$$

Gaya Lintang Minimum

$$D_{D\,min} = P_1.y_{11} + P_2 y_{12} + P_3.y_{13} + P_4.y_{14}$$

$$D_{D\ min} = 2.0{,}2 + 2.0{,}3 + 3.0{,}4 + 3.0{,}5$$

$$D_{D\ min} = 3{,}7\,ton$$

3.3 Garis Pengaruh Momen dan Gaya Lintang Pada Beban Terbagi rata

Apabila pada sebuah balok yang ditumpu oleh 2 tumpuan akan tetapi balok tersebut dilewati oleh muatan bergerak terbagi rata maka

dapat diselesaikan momen dan gaya lintang pada suatu titik disepanjang balok tersebut dengan memperhitungkan luas bidang pada area yang dilewati oleh muatan bergerak tersebut.

Untuk hal di atas maka pelu dipahami dan dimengerti tentang luas bidang-bidang seperti luas trapesium, luas segitiga agar memudahkan penyelesaian persoalan tesebut.

Langkah pertama Muatan terbagi rata diletakkan sedemikian rupa sehingga ordinat:

$$y_1 = y_2 \quad \text{..... (3.19)}$$

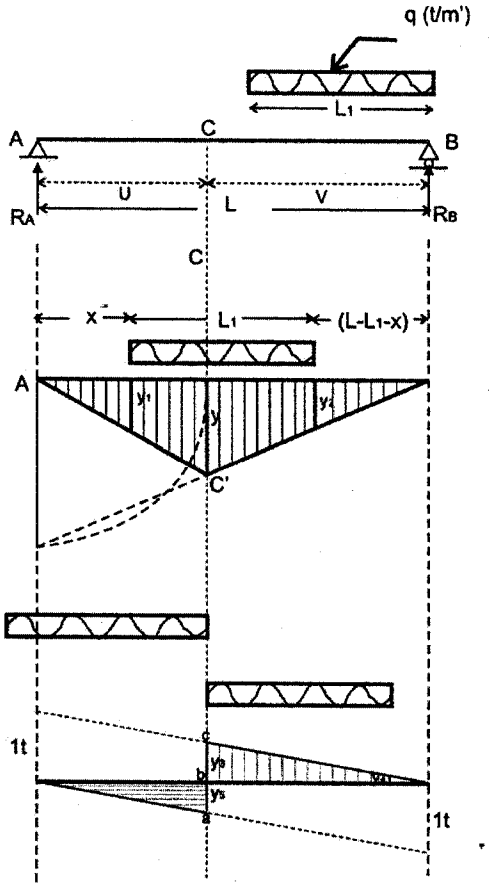
Berdasarkan letak tersebut di atas maka jarak muatan terbagi rata dari titik A adalah sejarak X, sementara jarak muatan terbagi rata dari titik B adalah sejarak ($L-L_1-X$).

Langkah berikutnya adalah mencari ordinat y, y_1, dan y_2 berdasarkan perletakan tersebut di atas. Ordinat tersebut adalah:

$$y = \frac{U.V}{L} \quad \text{..... (3.20)}$$

$$y_1 = \frac{X.y}{U} \quad \text{..... (3.21)}$$

$$y_2 = \frac{(L - L_1 - X)y}{V} \quad \text{..... (3.22)}$$



Gambar 3.3 *Garis Pengaruh Momen dan Gaya Lintang Pada Beban Terbagi rata*

Langkah selanjutnya mencari jarak x berdasarkan persamaan (3.19):

$$y_1 = y_2$$

Substitusikan nilai y1 dan y2 persamaan menjadi:

$$\frac{X.y}{U} = \frac{(L - L_1 - X)y}{V}$$

$$X.V = (L - L_1 - X).U$$

$$X = \frac{(L - L_1 - X).U}{V}$$

Selanjutnya disederhanakan menjadi persamaan:

$$X = \frac{UL}{V} - \frac{UL_1}{V} - \frac{UX}{V}$$

$$X + \frac{UX}{V} = \frac{UL}{V} - \frac{UL_1}{V}$$

$$X(1 + \frac{U}{V}) = \frac{UL - UL_1}{V}$$

$$X(\frac{V}{V} + \frac{U}{V}) = \frac{UL - UL_1}{V}$$

$$X(\frac{V + U}{V}) = \frac{UL - UL_1}{V}$$

$$X(V + U) = UL - UL_1$$

$$X.L = UL - UL_1$$

Nilai x menjadi persamaan sebagai berikut:

$$X = \frac{UL - UL_1}{L} \quad \text{..... (3.23)}$$

Setelah nilai X diperoleh selanjutnya dapat dihitung Momen maksimum pada titik C sebagai berikut:

$$M_{C\,maks} = q.(F_1 + F_2) \quad \text{..... (3.23)}$$

Di mana: (Luas Trapesium)

$$F_1 = \frac{(y_1 + y).(U - X)}{2} \quad \text{..... (3.24)}$$

$$F_2 = \frac{(y_2 + y).[(V - (L - L_1 - X)\,]}{2} \quad \text{..... (3.25)}$$

Setelah nilai Momen Maksimum pada titik C diperoleh selanjutnya dapat dihitung gaya lintang maksimum dan gaya lintang minimum pada titik C sebagai berikut:

Mencari Ordinat

$$y_3 = \frac{V}{L} \quad \text{.....(3.26)}$$

$$y_4 = \frac{V - L_1}{L} \quad \text{..... (3.27)}$$

$$y_5 = \frac{U}{L} \quad \text{.....(3.28)}$$

Selanjutnya dihitung gaya lintang maksimum dan minimum sebagai berikut:

$$D_{C\,maks} = q.F_3 \quad \text{..... (3.29)}$$

$$D_{C\,m\,min} = q.F_4 \quad \text{..... (3.29)}$$

Di mana: (Luas Trapesium)

$$F_3 = \frac{(y_3 + y_4).[(V - (L - L_1 - X)\ ]}{2} \quad \text{..... (3.30)}$$

$$F_4 = \frac{y_5 . U}{2} \quad \text{..... (3.31)}$$

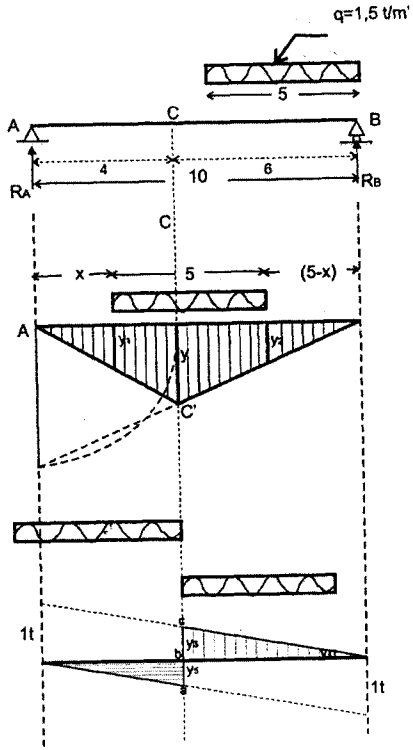
Contoh 3.5

Sebuah balok AB yang ditumpu oleh 2 tumpuan mempunyai panjang 10 meter dengan titik potong C sejarak 4 meter, akan dilewati oleh muatan bergerak terbagi rata sepanjang 5 meter dengan q = 1,5 t/m'. Hitung momen maksimum, gaya lintang maksimum dan gaya lintang minimum pada potongan C tersebut dengan menggunakan cara garis pengaruh.

Penyelesaian:

Muatan terbagi rata diletakkan sedemikian rupa dengan jarak dari titik A sejarak X sehingga ordinat:

$$y_1 = y_2$$



Mencari ordinat:

$$y = \frac{U.V}{L} \longrightarrow y = \frac{4.6}{10} = \frac{24}{10} = 2{,}4\,m$$

$$y_1 = \frac{X.y}{U} \longrightarrow y_1 = \frac{X.2{,}4}{4} = 0{,}6X$$

$$y_2 = \frac{(5-X)y}{6} \qquad y_2 = \frac{(5-X)2{,}4}{6}$$

$$y_2 = \frac{12 - 2{,}4X}{6} \qquad y_2 = 2 - 0{,}4X$$

Selanjutnya mencari jarak "x" berdasarkan persamaan (3.19):

$$y_1 = y_2$$

$$0{,}6X = 2 - 0{,}4X$$

$$0{,}6X + 0{,}4X = 2$$

$$X = 2$$

Sehingga nilai masing-masing y_1 dan y_2 sebagai berikut:

$$y_1 = 0{,}6X = 0{,}6.2 = 1{,}2\,m$$

$$y_2 = 2 - 0{,}4X = 2 - 0{,}4.2 = 2 - 0{,}8 = 1{,}2\,m$$

Setelah nilai X diperoleh selanjutnya dihitung momen maksimum pada titik C sebagai berikut:

$$M_{C\,maks} = q.(F_1 + F_2)$$

$$F_1 = \frac{(y_1 + y).(U - X)}{2}$$

$$F_1 = \frac{(1{,}2 + 2{,}4).(4 - 2)}{2} = \frac{3{,}6.2}{2} = 3{,}6\,m^2$$

$$F_2 = \frac{(y_2 + y).[(V - (L - L_1 - X)\ ]}{2}$$

$$F_2 = \frac{(1{,}2 + 2{,}4).(6 - (10 - 5 - 2))}{2}$$

$$F_2 = \frac{3{,}6.3}{2} = 5{,}4\,m^2$$

Maka besar momen maksimum pada Titik C adalah:

$$M_{C\,maks} = 1{,}5.(3{,}6 + 5{,}4)$$

$$M_{C\,maks} = 13{,}5\,tm$$

Setelah nilai momen maksimum pada titik C diperoleh selanjutnya dihitung gaya lintang maksimum dan gaya lintang minimum pada titik C sebagai berikut:

Mencari Ordinat

$$y_3 = \frac{V}{L} = \frac{6}{10} = 0{,}6\,m$$

$$y_4 = \frac{V - L_1}{L} = \frac{6 - 5}{10} = \frac{1}{10} = 0{,}1\,m$$

$$y_5 = \frac{U}{L} = \frac{4}{10} = 0{,}4\,m$$

Selanjutnya dihitung gaya lintang maksimum dan minimum sebagai berikut:

$$F_3 = \frac{(y_3 + y_4).[(V - (L - L_1 - X)\ ]}{2}$$

$$F_3 = \frac{(0{,}6 + 0{,}1).[(6 - (10 - 5 - 2)\ ]}{2}$$

$$F_3 = \frac{0{,}7.3}{2} = 1{,}05\,m^2$$

$$F_4 = \frac{y_5.U}{2}$$

$$F_4 = \frac{0{,}4.4}{2} = \frac{1{,}6}{2} = 0{,}8\,m^2$$

Gaya Lintang Maksimum:

$$D_{C\,maks} = q.F_3$$

$$D_{C\,maks} = 1{,}5.1{,}05 = 1{,}575\,ton$$

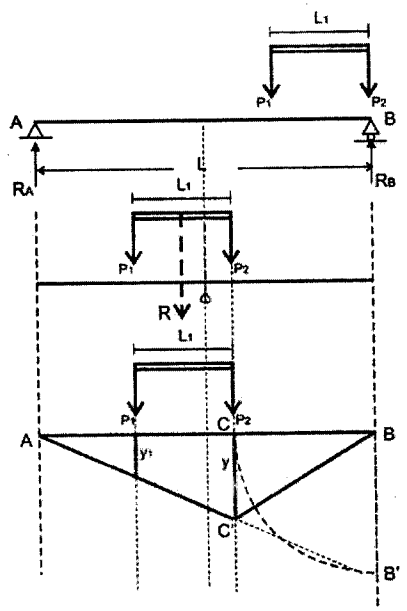
Gaya Lintang Minimum:

$$D_{C\,m\,\min} = q.F_4$$

$$D_{C\,m\,\min} = 1{,}5.0{,}8 = 1{,}2\,ton$$

3.4 Menghitung Momen Maksimum dan Letak Momen Maksimum Menggunakan Garis Pengaruh

Pada sub bab sebelumnya telah dijelaskan dengan panjang lebar tentang bagaimana cara menghitung momen maksimum pada suatu titik potong sebuah balok di mana titik potong tersebut sudah ditentukan. Pada bagian ini akan dijelaskan cara menghitung momen maksimum pada sebuah balok dan menghitung di mana letak momen maksimum tersebut berada pada balok.

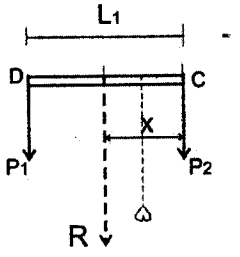


Gambar 3.4 *Penentuan Letak Momen Maksimum*

Pada sebuah balok yang ditumpu oleh 2 buah tumpuan dan dilewati oleh muatan bergerak seperti kendaraan dengan sumbu roda muka P1 dan sumbu roda belakang P_2. Kondisi ini dapat digambarkan seperti diperlihatkan pada Gambar bagai berikut:

Kata kunci penyelesaian masalah seperti di atas adalah "Meletakkan titik tengah antara resultan Gaya P_1 dan P_2 di tengah-tengah batang "

- Langkah pertama dicari terlebih dahulu Resultan gaya dari gaya atau beban bergerak. Perhitungan dilakukan persamaan:



Resultan Gaya sebesar:

$$R = P_1 + P_2 \quad \text{..... (3.32)}$$

Jarak X:

$$R.X = P_1.L_1$$

$$X = \frac{P_1.L_1}{R} \quad \text{..... (3.33)}$$

- Langkah kedua, titik tengah antara resultan R dan P_2 diletakkan pada tengah-tengah batang balok AB.
- Langkah ketiga digambarkan letak pembebanan tersebut sehingga didapat titik C dan D di mana jarak AD dan BC sebagai berikut:

$$BC = \frac{1}{2}L - \frac{1}{2}x$$

$$BC = \frac{1}{2}(L - x) \quad \text{..... (3.34)}$$

$$AD = L - L_1 - BC$$

$$AD = L - L_1 - \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}x - L_1$$

$$AD = \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}x - \frac{2}{2}L_1$$

$$AD = \frac{L + x - 2L_1}{2} \quad \text{..... (3.35)}$$

Dari hitungan di atas maka didapat titik potong C sejarak BC dari titik B

- Langkah keempat, dari titik C dibuat busur ke B′ dengan jari-jari BC dan titik pusat lingkaran B.
- Langkah kelima, tarik garis dari titik A ke titik B′ berpotongan di C′.
- Langkah keenam, hubungkan C′ ke B′ maka didapat garis pengaruh Mc.
- Langkah ke tujuh mencari ordinat y.

$$\frac{y}{BB'} = \frac{L - BC}{L} = \frac{L - \frac{1}{2}(L - X)}{L}$$

Karena: $BB' = BC$ maka persamaan menjadi

$$\frac{y}{BC} = \frac{L - BC}{L} =$$

$$y = (\frac{L - BC}{L})BC = \frac{L - \frac{1}{2}(L - X)}{L}\frac{1}{2}(L - X)$$

$$y = \frac{L - \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}X}{L}.\frac{1}{2}(L - X) = \frac{L + X}{2L}.\frac{1}{2}(L - X)$$

$$y = \frac{(L + X).(L - X)}{4L}$$

$$y = \frac{L^2 - X^2}{4L} \quad \text{.....} \quad (3.36)$$

$$\frac{y_1}{BB'} = \frac{\frac{L + X - 2L_1}{2}}{L} = \frac{L + X - 2L_1}{2L}$$

$$y_1 = \frac{\frac{L + X - 2L_1}{2L}}{\frac{1}{2}(L - X)} = \frac{L + X - 2L_1}{L(L - X)}$$

$$y_1 = \frac{L + X - 2L_1}{L(L - X)} \quad \text{.....} \quad (3.37)$$

Mencari Momen Maksimum:

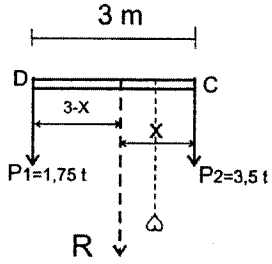
$$M_{C\,maks} = P_1 . y_1 + P_1 . y \quad \text{.....} \quad (3.38)$$

Contoh 3.6

Sebuah balok AB yang ditumpu oleh 2 tumpuan mempunyai panjang 10 meter akan dilewati oleh muatan bergerak kendaraan dengan sumbu muka $P_1 = 1{,}75$ton dan beban pada sumbu roda belakang $P_2 = 3{,}5$ ton. Hitung momen maksimum akibat kendaraan tersebut dan pada potongan mana momen maksimum tersebut bekerja.

Penyelesaian:

Mencari resultan gaya dan letak resultan gaya:



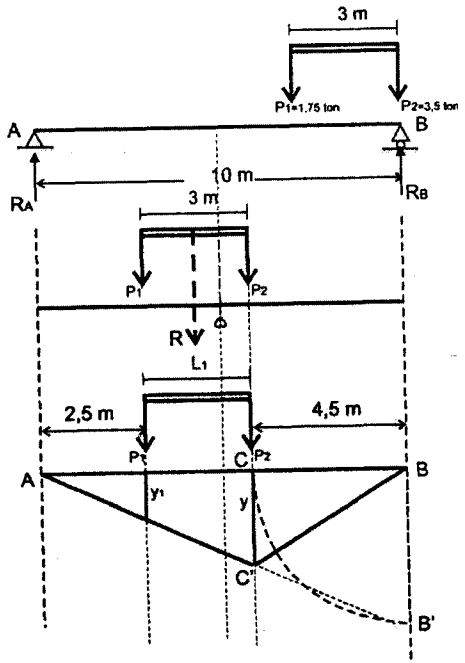
$$\sum M_C = 0$$

$$R.X = P_1.3 = 1{,}75.3 = 5{,}25$$

$$X = P_1.3 = 1{,}75.3 = \frac{5{,}25}{R}$$

$$R = P_1 + P_2 = 1{,}75 + 3{,}5 = 5{,}25\,t$$

$$X = \frac{5{,}25}{5{,}25} = 1\,m$$



Titik tengan antara resultan R dan P_2 diletakkan di tengah-tengah batang dan didapat titik C dan titik D.

Jarak BC = 4,5 m

Jarak AD = 2,5 m

Didapat titik potong C sejarak 4,5 m dari titik B

Mencari ordinat y dan y_1:

$$\frac{y}{BB'} = \frac{5,5}{10} \longrightarrow y = \frac{5,5.4,5}{10} = 2,475\,m$$

$$\frac{y_1}{BB'} = \frac{2,5}{10} \longrightarrow y_1 = \frac{2,5.4,5}{10} = 1,125\,m$$

Mencari Momen Maksimum:

$$M_{C\,maks} = P_1 . y_1 + P_2 . y$$

$$M_{C\,maks} = 1,75 . 1,125 + 3,5 . 2,475$$

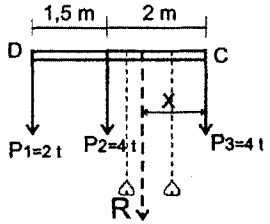
$$M_{C\,maks} = 10,64\,tm \text{ (Terletak 4,5 m dari titik B)}$$

Contoh 3.7

Seperti contoh soal 3.6 dengan pembebanan P1 = 2t dengan jarak 1,5 m dari P2, sedangkan beban P2 = 4 ton dengan jarak 2 m dari P3 dan beban P3 = 4 ton. Hitung Momen maksimum akibat muatan tersebut dan letak Momen maksimum tersebut bekerja.

Penyelesaian:

Langkah pertama dicari terlebih dahulu resultan gaya dan letak resultan gaya sebagai berikut:



$$R = P_1 + P_2 + P_3 = 2 + 4 + 4 = 10\,t$$

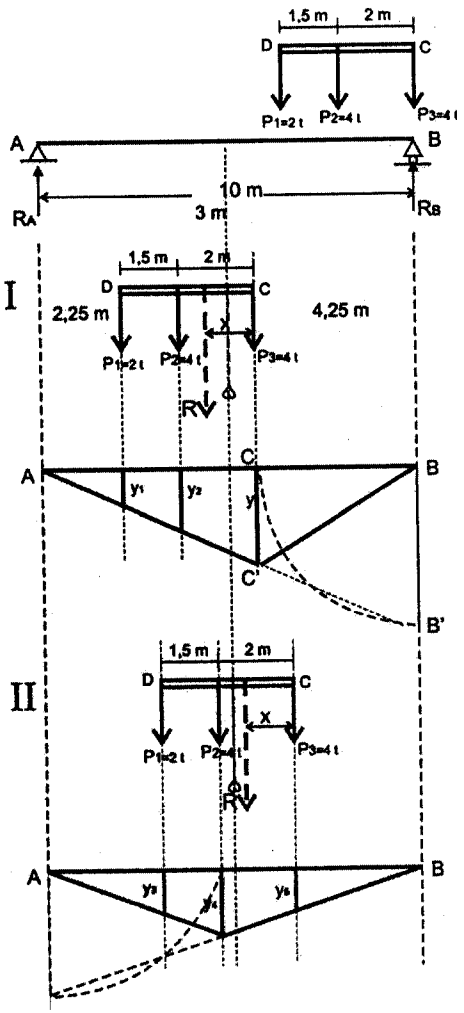
$$\sum M_C = 0$$

$$R . X = P_1 . 3,5 + P_2 . 2$$

$$R . X = 2 . 3,5 + 4 . 2 = 15$$

$$X = \frac{15}{R} = \frac{15}{10} = 1,5\,m$$

Maka selanjutnya dapat digambarkan sebagai berikut:



Karena gaya terbesar ada 2 buah yaitu P_2 dan P_3 maka letak beban antara R dan P juga ada 2 buah kedudukan yaitu:

Kedudukan I : Antara R dan P3

Kedudukan II : Anatar R dan P2

Kedudukan I

Mencari ordinat kedudukan:

$$\frac{y}{BB'} = \frac{5,75}{10} \longrightarrow y = \frac{5,75.4,25}{10} = 2,44\,m$$

$$\frac{y_1}{BB'} = \frac{2,25}{10} \longrightarrow y_1 = \frac{2,25.4,25}{10} = 0,95\,m$$

$$\frac{y_2}{BB'} = \frac{3,75}{10} \longrightarrow y_2 = \frac{3,75.4,25}{10} = 1,6\,m$$

Mencari Momen Maksimum:

$$M_{C\,maks} = P_1 . y_1 + P_2 . y_2 + P_3 . y$$

$$M_{C\,maks} = 2.0,95 + 4.1,6 + 4.2,44$$

$$M_{C\,maks} = 18,07\,tm \text{ (Terletak 4,25 m dari titik B)}$$

Kedudukan II

Mencari ordinat kedudukan:

$$\frac{y_4}{BB'} = \frac{5,25}{10} \longrightarrow y_4 = \frac{5,25.4,75}{10} = 2,5\,m$$

$$\frac{y_5}{BB'} = \frac{3,25}{10} \longrightarrow y_1 = \frac{3,25.4,75}{10} = 1,54\,m$$

$$\frac{y_3}{y_4} = \frac{3,25}{4,75} \longrightarrow y_5 = \frac{2,5.3,25}{4,75} = 1,71\,m$$

Mencari Momen Maksimum:

$$M_{maks} = P_1 . y_3 + P_2 . y_4 + P_3 . y_5$$

$$M_{maks} = 2.1,71 + 4.2,5 + 4.1,54$$

$$M_{maks} = 19,58\,tm \text{ (Terletak 4,75 m dari titik A)}$$

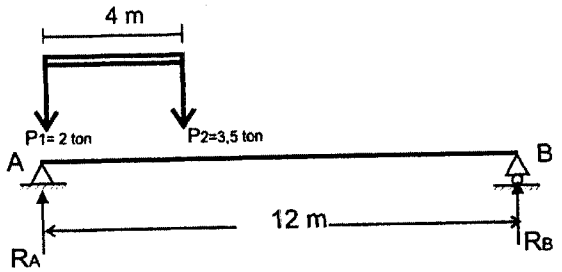
Ternyata M maksimum pada kedudukan II sebesar:

$M_{maks} = 19{,}58\,tm$

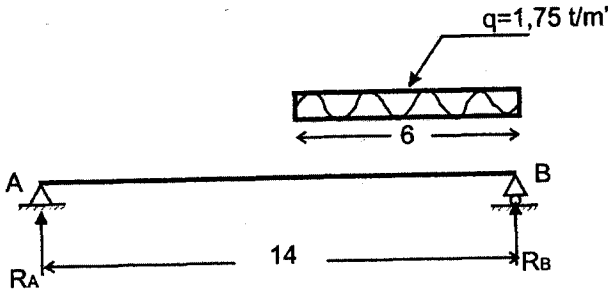
Dengan letak titik potong sejarak 4,75 m dari Titik A

SOAL LATIHAN

1. Sebuah balok AB yang ditumpu oleh 2 tumpuan panjang 10 meter akan dilewati oleh muatan bergerak kendaraan dengan sumbu muka $P_1 =$ 3,5 ton dan beban pada sumbu roda belakang $P_2 =$ 2 ton. Hitung Momen maksimum akibat kendaraan tersebut dengan menggunakan metode garis pengaruh dan pada potongan mana Momen maksimum tersebut bekerja.



2. Sebuah balok AB panjang 10 meter akan dilewati oleh muatan terbagi rata q= 1,75 ton. Hitung Momen maksimum dengan menggunakan metode garis pengaruh dan pada potongan mana Momen maksimum tersebut bekerja.



BAB 4

KONSTRUKSI BERSENDI BANYAK

Menjelaskan tentang Konstruksi Bersendi Banyak dengan pokok bahasan tentang konstruksi yang ditumpu oleh tumpuan lebih dari 2. Prinsip utama pada mekanika statis tertentu adalah menentukan jumlah sendi tambahan dengan persamaan S=n-2 di mana S adalah jumlah sendi tambahan dan n adalah jumlah tumpuan. Diharapkan dengan mempelajari bab ini maka pembaca dapat memahami penyelesaian momen, gaya lintang dan gaya normal pada konstruksi bersendi banyak

Pada suatu kondisi kadang kala balok akan dibuat dengan panjang bentang yang besar sehingga memerlukan cara tersendiri dalam perhitungannya. Pada kondisi ini maka pilihannya adalah menggunakan konstruksi bersendi banyak mempunyai arti pada konstruksi tersebut mempunyai banyak tumpuan atau lebih dari dua buah tumpuan.

Pada kondisi seperti ini balok gerber di buat menjadi beberapa bagian balok gerber dan dihubungkan satu sama lainnya dengan konstruksi sendi atau adanya persendian tambahan sehingga konstruksi tersebut dapat dihitung dengan prinsip statis tertentu.

Apabila balok tersebut dibuat dengan cara balok menerus yang ditumpu oleh lebih dari 2 tumpuan maka perhitungan pada balok tersebut harus dihitung dengan prinsip Konstruksi Statis Tak Tentu karena bilangan yang tidak diketahui berdasarkan prinsip keseimbangan gaya ($\Sigma Kv = 0$, $\Sigma Kh = 0$ dan $\Sigma M = 0$) lebih dari 3 bilangan.

Pada konstruksi bersendi banyak perlu ditetapkan jumlah sendi tambahan berdasarkan jumlah tumpuan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$S = (n - 2) \quad \text{.....(4.1)}$$

di mana:

S = Jumlah sendi tambahan

n = Jumlah tumpuan

4.1 Konstruksi Dengan Beban Terpusat

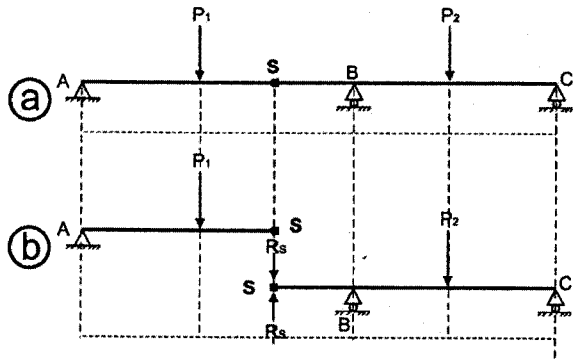
Penyelesaian konstruksi bersendi banyak dengan beban terpusat dapat di rinci pada 3 kelompok semata-mata agar dapat lebih mudah untuk memahaminya. Penjelasan lanjutannya adalah sebagai berikut:

4.1.1 Konstruksi dengan 3 Tumpuan

Konstruksi dengan 3 tumpuan seperti diperlihatkan pada Gambar 4.1 di mana diketahui bahwa jumlah tumpuan adalah 3 maka dengan menggunakan persamaan 4.1 bahwa jumlah sendi tambahan berjumlah (3-2) adalah 1 buah yang ditempatkan pada titik S.

Penyelesaian konstruksi seperti yang diperlihatkan pada Gambar 4.1 dilakukan dalam 2 tahap yaitu penyelesaian konstruksi A-S dan penyelesaian konstruksi S-B-C.

Tahap pertama: diselesaikan dulu perhitungan konstruksi A-S dengan cara seperti yang telah dijelaskan pada bab-bab sebelumnya dan akan didapat reaksi tumpuan R_A dan R_S. Reaksi tumpuan R_S ini nantinya akan menjadi beban pada Konstruksi SBC dengan perubahan arah gaya.



Gambar 4.1 *Konstruksi Bersendi Banyak*

Tahap Kedua: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi S-B-C dengan beban R_S dan P_2, perhitungan dengan cara perhitungan seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya dapat digambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal sebagaimana dengan permasalahannya

Contoh 4.1

Sebuah konstruksi sepanjang 10 meter, ditumpu oleh 3 buah tumpuan dan dibebani P_1 = 2 ton dan P_2 = 3 ton dengan jarak masing-masing

seperti tergambar. Hitung dan Gambarkan Bidang Momen dan Bidang Gaya Lintang

Penyelesaian:

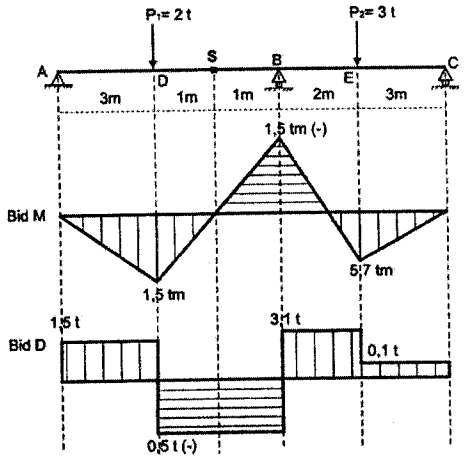
Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut

Jumlah Sendi Tambahan:

$S = (n - 2)$

$S = (3 - 2)$

$S = 1$



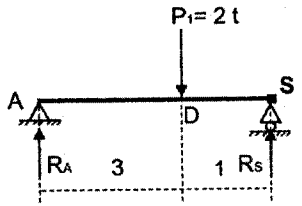
Konstruksi AS:

Reaksi Tumpuan

$\Sigma MS = 0$

$R_A . 4 - P_1 . 1 = 0$

$R_A = \frac{2.1}{4} = \frac{2}{4} = 0{,}5\,ton$



$\Sigma MA = 0$

$-R_S . 4 + P_1 . 3 = 0$

$R_S = \frac{2.3}{4} = \frac{6}{4} = 1{,}5\,ton$

Momen:

$M_A = M_S = 0$

$M_D = R_A . 3 = 0{,}5 . 3 = 1{,}5\,tm$

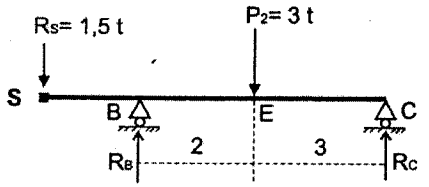
Gaya Lintang:

$D_A = R_A = 1{,}5t$

$D_D = R_A - P_1 = 1{,}5 - 2 = 0{,}5t(-)$

Konstruksi SBC:

Reaksi tambahan sendi R_S pada konstruksi A_S menjadi beban pada Konstruksi SBC



Reaksi Tumpuan

$\sum M_C = 0$

$-R_S . 6 + R_B . 5 - P_2 . 3 = 0$

$R_B = \frac{R_S . 6 + P_2 . 3}{5} = \frac{1{,}5 . 6 + 3 . 3}{5} = \frac{18}{5} = 3{,}6\,ton$

$$\sum M_C = 0$$

$$-R_S.6 + R_B.5 - P_2.3 = 0$$

$$R_B = \frac{R_S.6 + P_2.3}{5} = \frac{1{,}5.6 + 3.3}{5} = \frac{18}{5} = 3{,}6\,ton$$

$$\sum M_B = 0$$

$$-R_C.5 + P_2.2 - R_S.1 = 0$$

$$R_C = \frac{P_2.2 - R_S.1}{5} = \frac{3.2 - 1{,}5.1}{5} = \frac{4{,}5}{5} = 0{,}9\ ton$$

Momen:

$$M_S = M_C = 0$$

$$M_B = -R_S.1 = -0{,}5.3 = 1{,}5\,tm\,(-)$$

$$M_E = -R_S.3 + R_B.2 = -0{,}5.3 + 3{,}6.2 = 5{,}7\,tm\,(+)$$

Gaya Lintang:

$$D_S = D_D = 0{,}5t\,(-)$$

$$D_B = D_S + R_B = -0{,}5 + 3{,}6 = 3{,}1t\,(+)$$

$$D_E = D_B - P_2 = 3{,}1 - 3 = 0{,}1t\,(+)$$

4.1.2 Konstruksi dengan 4 Tumpuan

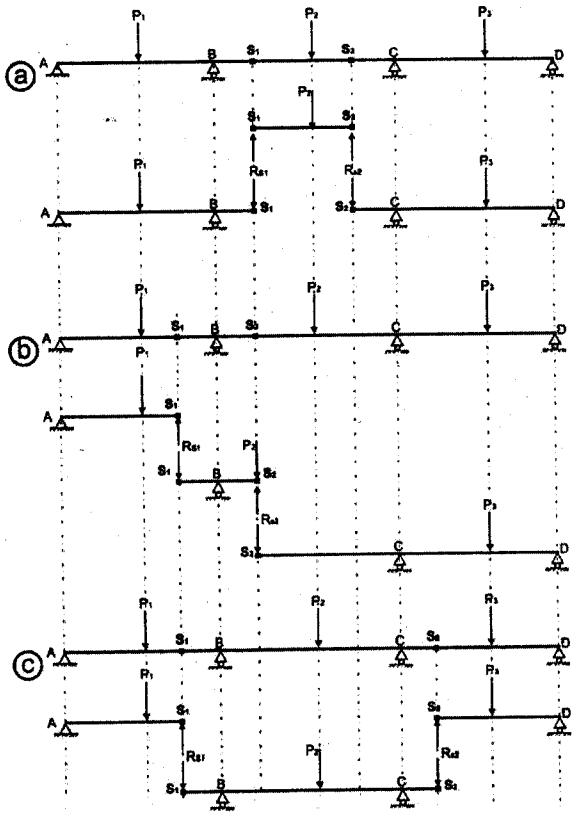
Penyelesaian terhadap Konstruksi dengan 4 tumpuan seperti diperlihatkan pada Gambar 4.2 di mana diketahui bahwa jumlah tumpuan adalah 4 maka dengan menggunakan persamaan 4.1 bahwa jumlah sendi tambahan berjumlah (4-2) adalah 2 buah yang ditempatkan pada titik S_1 dan S_2.

Pada konstruksi dengan 4 tumpuan maka dapat dilakukan penempatan tambahan sendi dengan 3 alternatif penempatan dan penempatan tersebut juga sangat tergantung dari letak pembebanan pada konstruksi tersebut. Alternatif penempatan sendi tambahan seperti diperlihatkan pada Gambar 4.2 a, b dan c.

A. Penyelesaian konstruksi seperti yang diperlihatkan pada Gambar 4.2.a dilakukan dengan 3 tahap yaitu penyelesaian konstruksi S_1-S_2 selanjutnya penyelesaian konstruksi A-B-S1 dan tahap akhir adalah penyelesaian konstruksi S_2-C-D.

   Tahap pertama: diselesaikan dulu perhitungan konstruksi S_1-S_2 dengan cara seperti yang telah dijelaskan pada bab-bab sebelumnya dan akan didapat reaksi tumpuan RS_1 dan RS_2. Reaksi tumpuan tersebut nantinya akan menjadi beban pada Konstruksi A-B-S_1 dan S_2-C-D dengan perubahan arah gaya.

   Tahap Kedua: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi A-B-S_1 dengan beban R_{S1} dan P_2, perhitungan dilakukan dengan cara perhitungan seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya dapat digambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal sesuai dengan permasalahannya.



Gambar 4.2 *Konstruksi 4 Tumpuan*

Tahap Ketiga: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi S_2-C-D dengan beban R_{S2} dan P_3, perhitungan dilakukan dengan cara perhitungan seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya dapat digambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal sesuai dengan permasalahannya

Contoh 4.2

Sebuah konstruksi sepanjang 19 meter, ditumpu oleh 4 buah tumpuan dan dibebani P_1 = 3 ton dan P_2 = 2 ton dan P_3 = 3 ton dengan jarak masing-masing seperti tergambar. Hitung dan gambarkan bidang momen dan bidang gaya lintang.

Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut

Jumlah Sendi Tambahan:

$S = (n - 2)$

$S = (4 - 2)$

$S = 2$

Konstruksi S1-S2:

Reaksi Tumpuan

$$\sum M_{S2} = 0$$

$$R_{S1}.4{,}5 - P_2.1{,}5 = 0$$

$$R_{S1} = \frac{2.1{,}5}{4{,}5} = \frac{3}{4{,}5} = 0{,}667\,ton$$

$$\sum M_{S1} = 0$$

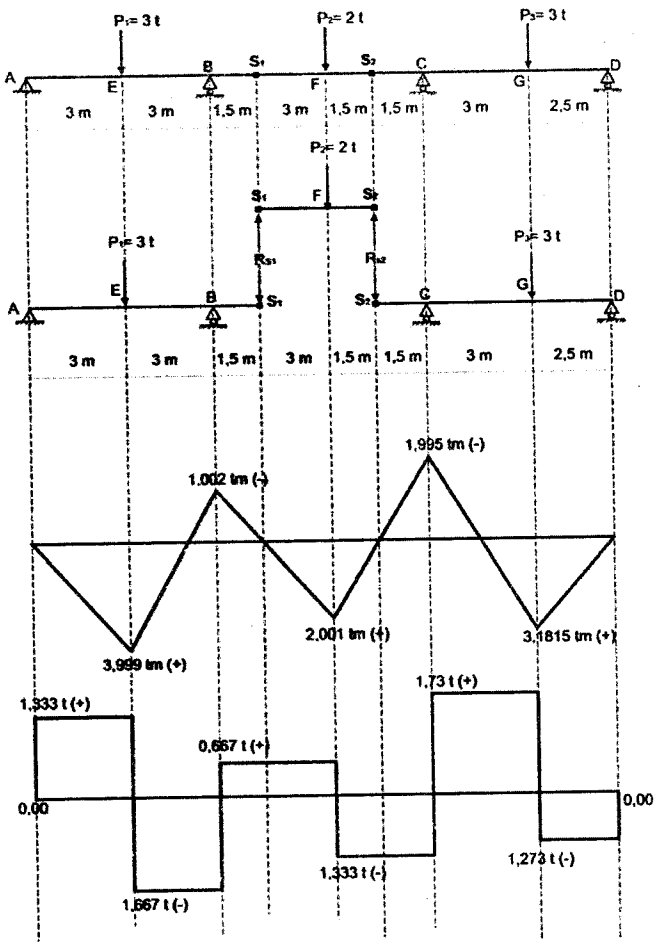
$$-R_{S2}.4{,}5 + P_2.3 = 0$$

$$R_{S2} = \frac{2.3}{4{,}5} = \frac{6}{4{,}5} = 1{,}333\,ton$$

Momen:

$$M_{S1} = M_{S2} = 0$$

$$M_F = R_{S1}.3 = 0{,}667.3 = 2{,}001\,tm$$



Gaya Lintang:

$$D_{S1} = R_{S1} = 0{,}667t$$

$$D_F = R_{S1} - P_2 = 0{,}667 - 2 = 1{,}333t(-)$$

$$D_{S2} = D_F + R_{S2} = -1{,}333 + 1{,}333 = 0{,}000t$$

Konstruksi A-B-S_1

Reaksi Tumpuan

$$\sum M_B = 0$$

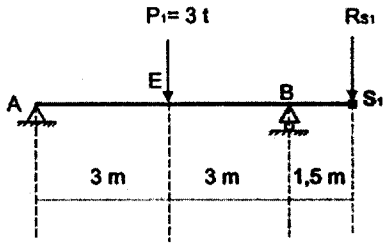
$$R_A.6 - P_1.3 + R_{S1}.1{,}5 = 0$$

$$R_A = \frac{3.3 - 0{,}667.1{,}5}{6} = \frac{7{,}9995}{6} = 1{,}333\ ton$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_B.6 + P_1.3 + R_{S1}.7{,}5 = 0$$

$$R_B = \frac{3.3 + 0{,}667.7{,}5}{6} = \frac{14{,}0005}{6} = 2{,}334\,ton$$



Momen:

$$M_A = M_{S1} = 0$$

$$M_E = R_A.3 = 1{,}333.3 = 3{,}999\,tm$$

$$M_B = R_A.6 - P_1.3 = 1{,}333.6 - 3.3 = 1{,}002\,tm(-)$$

Gaya Lintang:

$$D_A = R_A = 1{,}333t$$

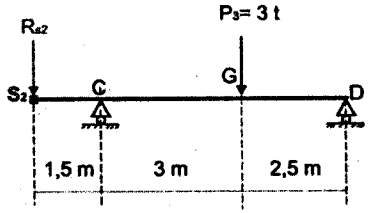
$$D_E = R_A - P_1 = 1{,}333 - 3 = 1{,}667t(-)$$

$$D_B = -D_E + R_B = -1{,}667 + 2{,}334 = 0{,}667t$$

$$D_{S1} = D_B - R_{S1} = 0{,}667 - 0{,}667 = 0{,}000t$$

Konstruksi S_2-C-D

Reaksi Tumpuan



$$\sum M_D = 0$$

$$R_C . 5{,}5 - P_3 . 2{,}5 - R_{S2} . 7 = 0$$

$$R_C = \frac{3.2.,5 + 1{,}333.7}{5{,}5} = \frac{16{,}831}{5{,}5} = 3{,}060\,ton$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-R_D . 5{,}5 + P_3 . 3 - R_{S2} . 1{,}5 = 0$$

$$R_D = \frac{3.3 - 1{,}333.1{,}5}{5{,}5} = \frac{7{,}0005}{5{,}5} = 1{,}273\,ton$$

Momen:

$$M_{S2} = M_D = 0$$

$$M_C = -R_{S2} . 1{,}5 = -1{,}333.1{,}5 = 1{,}9995\,tm(-)$$

$$M_G = -R_{S2} . 4{,}5 + R_C . 3 = -1{,}333.4{,}5 + 3{,}060.3 = 3{,}1815\,tm$$

Gaya Lintang:

$$D_{S2} = -R_{S2} = 1{,}333t(-)$$

$$D_C = D_{S2} + R_C = -1{,}333 + 3{,}060 = 1{,}73t$$

$$D_G = D_C - P_3 = 1{,}73 - 3 = 1{,}273t(-)$$

$$D_D = D_G + R_D = 0 - 1{,}273 + 1{,}273 = 0{,}000t$$

B. Penyelesaian konstruksi seperti yang diperlihatkan pada Gambar 4.2.b juga dilakukan dengan 3 tahap yaitu penyelesaian konstruksi A-S_1 selanjutnya penyelesaian konstruksi S_1-B-S_2 dan tahap akhir adalah penyelesaian konstruksi S_2-C-D.

Tahap pertama: diselesaikan dulu perhitungan konstruksi A-S_1 dengan cara seperti yang telah dijelaskan pada bab-bab sebelumnya dan akan didapat reaksi tumpuan R_{S1} dan R_{S2}. Reaksi tumpuan tersebut nantinya akan menjadi beban pada Konstruksi S_1-B-S_2 dan S_2-C-D dengan perubahan arah gaya.

Tahap Kedua: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi S_1-B-S_2 dengan beban P_1 dan R_{S1}, perhitungan dilakukan dengan cara perhitungan seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya dapat digambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal sesuai dengan permasalahannya.

Tahap Ketiga: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi S_2-C-D dengan beban R_{S2} dan P_3, perhitungan dilakukan dengan cara perhitungan seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya dapat digambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal sesuai dengan permasalahannya.

Contoh 4.3

Sebuah konstruksi sepanjang 19 meter, ditumpu oleh 4 buah tumpuan dan dibebani P_1 = 3 ton dan P_2 = 2 ton dan P_3 = 3 ton dengan jarak masing-masing seperti tergambar. Hitung dan gambarkan bidang momen dan bidang gaya lintang.

Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut

Jumlah Sendi Tambahan:

$S = (n - 2)$
$S = (4 - 2)$
$S = 2$

Konstruksi A-S_1:

Reaksi Tumpuan

$$\sum M_{S1} = 0$$

$$R_A . 4{,}5 - P_1 . 1{,}5 = 0$$

$$R_A = \frac{3.1{,}5}{4{,}5} = \frac{3}{4{,}5} = 1\,ton$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_{S1} . 4{,}5 + P_1 . 3 = 0$$

$$R_{S1} = \frac{3.3}{4{,}5} = \frac{9}{4{,}5} = 2\,ton$$

Momen:

$$M_A = M_{S1} = 0$$

$$M_E = R_A . 3 = 1.3 = 3\,tm$$

Gaya Lintang:

$$D_A = R_A = 1\,t$$

$$D_E = R_A - P_1 = 1 - 3 = 2\,t(-)$$

$$D_{S1} = D_E + R_{S1} = -2 + 2 = 0{,}000\,t$$

Konstruksi S_1-B-S_2

Reaksi Tumpuan

$$\sum M_{S2} = 0$$

$$-R_{S1} . 6 + R_B . 4{,}5 - P_2 . 3 = 0$$

$$R_B = \frac{2.6 + 2.3}{4{,}5} = \frac{18}{4{,}5} = 4\ ton$$

$$\sum M_B = 0$$

$$-R_{S2} . 4{,}5 + P_2 . 1{,}5 - R_{S1} . 1{,}5 = 0$$

$$R_{S2} = \frac{2.1{,}5 - 2.1{,}5}{4{,}5} = \frac{0}{4{,}5} = 0{,}00\,ton$$

Momen:

$$M_{S1} = M_{S2} = 0$$

$$M_B = -R_{S1} . 1{,}5 = -2 . 1{,}5 = 3\,tm(-)$$

$$M_F = -R_{S1}.3 + R_B.1{,}5 = -2.3 + 4.1{,}5 = 0{,}00\ tm$$

$$M_{S2} = -R_{S1}.6 + R_B.4{,}5 - P_2.3 = -2.6 + 4.4{,}5 - 2.3 = 0{,}00\ tm$$

Gaya Lintang:

$$D_{S1} = -R_{S1} = 2t(-)$$

$$D_B = -D_{S1} + R_B = -2 + 4 = 2t$$

$$D_F = D_B - P_2 = 2 - 2 = 0{,}00\ t$$

$$D_{S2} = D_F - R_{S2} = 0{,}00 - 0{,}00 = 0{,}00t$$

Konstruksi S_2-C-D

Reaksi Tumpuan

$$\sum M_D = 0$$

$$R_C.5{,}5 - P_3.2{,}5 = 0$$

$$R_C = \frac{3.2.,5}{5{,}5} = \frac{7{,}5}{5{,}5} = 1{,}364\ ton$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-R_D.5{,}5 + P_3.3 = 0$$

$$R_D = \frac{3.3}{5{,}5} = \frac{9}{5{,}5} = 1{,}636\ ton$$

Momen:

$$M_{S2} = M_D = M_C = 0$$

$$M_G = R_C.3 = 1{,}364.3 = 4{,}092\ tm$$

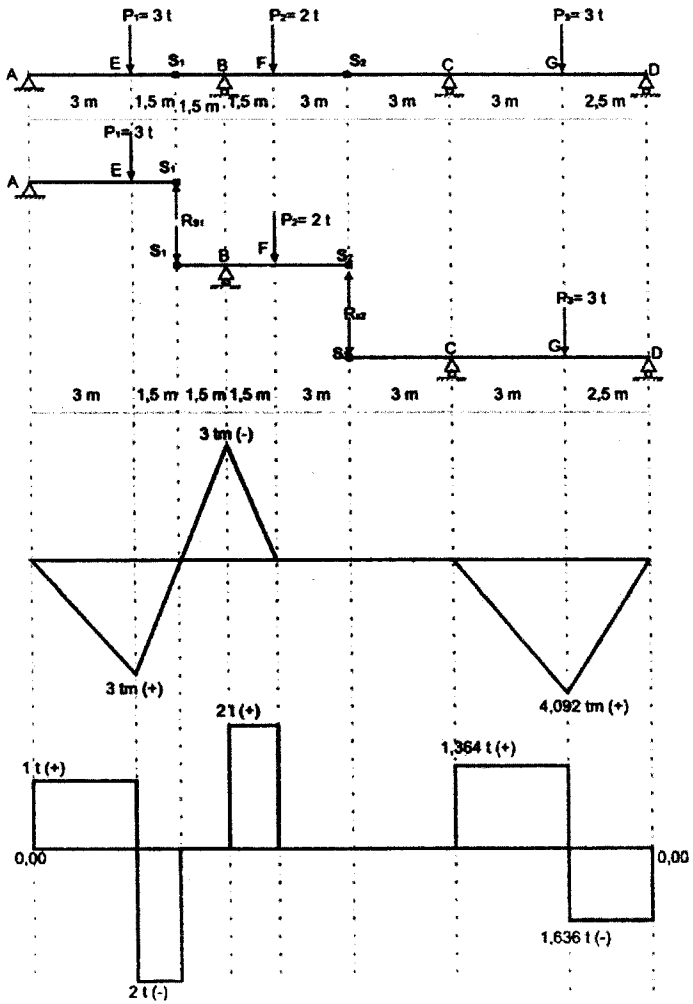
Gaya Lintang:

$$D_{S2} = -R_{S2} = 0{,}00t(-)$$

$$D_C = R_C = 1{,}364\ t$$

$$D_G = D_C - P_3 = 1{,}364 - 3 = 1{,}636t(-)$$

$$D_D = D_G + R_D = -1{,}636 + 1{,}636 = 0{,}000t$$



C. Penyelesaian konstruksi seperti yang diperlihatkan pada Gambar 4.2.c juga dilakukan dengan 3 tahap yaitu penyelesaian konstruksi A-S_1 selanjutnya penyelesaian konstruksi S2-D dan tahap akhir adalah penyelesaian konstruksi S_1-B-C-S_2.

Tahap pertama: diselesaikan dulu perhitungan konstruksi A-E-S_1 dengan cara seperti yang telah dijelaskan pada bab-bab sebelumnya dan akan didapat reaksi tumpuan R_A dan R_{S1}. Reaksi tumpuan RS1 nantinya akan menjadi beban pada Konstruksi S_1-B-C-S_2 dengan perubahan arah gaya.

Tahap Kedua: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi S_2-D dengan beban RS_2 dan RD, Reaksi tumpuan R_{S2} nantinya akan menjadi beban pada Konstruksi S_1-B-C-S_2 dengan perubahan arah gaya, perhitungan dilakukan dengan cara perhitungan seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya dapat digambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal sesuai dengan permasalahannya.

Tahap Ketiga: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi S_1-B-C-S_2 dengan beban R_{S1}, P_2, dan RS_2 perhitungan dilakukan dengan cara perhitungan seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya dapat digambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal sesuai dengan permasalahannya.

Contoh 4.4

Sebuah konstruksi sepanjang 19 meter, ditumpu oleh 4 buah tumpuan dan dibebani P_1 = 3 ton dan P_2 = 2 ton dan P_3 = 3 ton dengan jarak masing-masing seperti tergambar. Hitung dan gambarkan bidang momen dan bidang gaya lintang.

Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut

Jumlah Sendi Tambahan:

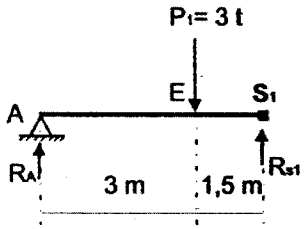
$S = (n - 2)$

$S = (4 - 2)$

$S = 2$

Konstruksi A-E-S_1:

Reaksi Tumpuan



$$\sum M_{S1} = 0$$

$$R_A . 4{,}5 - P_1 . 1{,}5 = 0$$

$$R_A = \frac{3.1{,}5}{4{,}5} = \frac{3}{4{,}5} = 1\,ton$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_{S1} . 4{,}5 + P_1 . 3 = 0$$

$$R_{S1} = \frac{3.3}{4{,}5} = \frac{9}{4{,}5} = 2\,ton$$

Momen:

$$M_A = M_{S1} = 0$$

$$M_E = R_A . 3 = 1.3 = 3\,tm$$

Gaya Lintang:

$$D_A = R_A = 1\ t$$

$$D_E = R_A - P_1 = 1 - 3 = 2\ t(-)$$

$$D_{S1} = D_E + R_{S1} = -2 + 2 = 0{,}000\ t$$

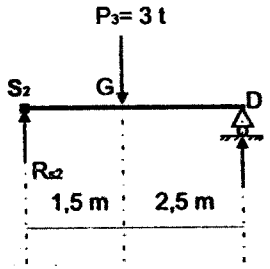
Konstruksi S_2-G-D

Reaksi Tumpuan

$$\sum M_D = 0$$

$$R_{S2}.4 - P_3.2{,}5 = 0$$

$$R_{S2} = \frac{3.2{,}5}{4} = \frac{7{,}5}{4} = 1{,}875\ ton$$



$$\sum M_{S2} = 0$$

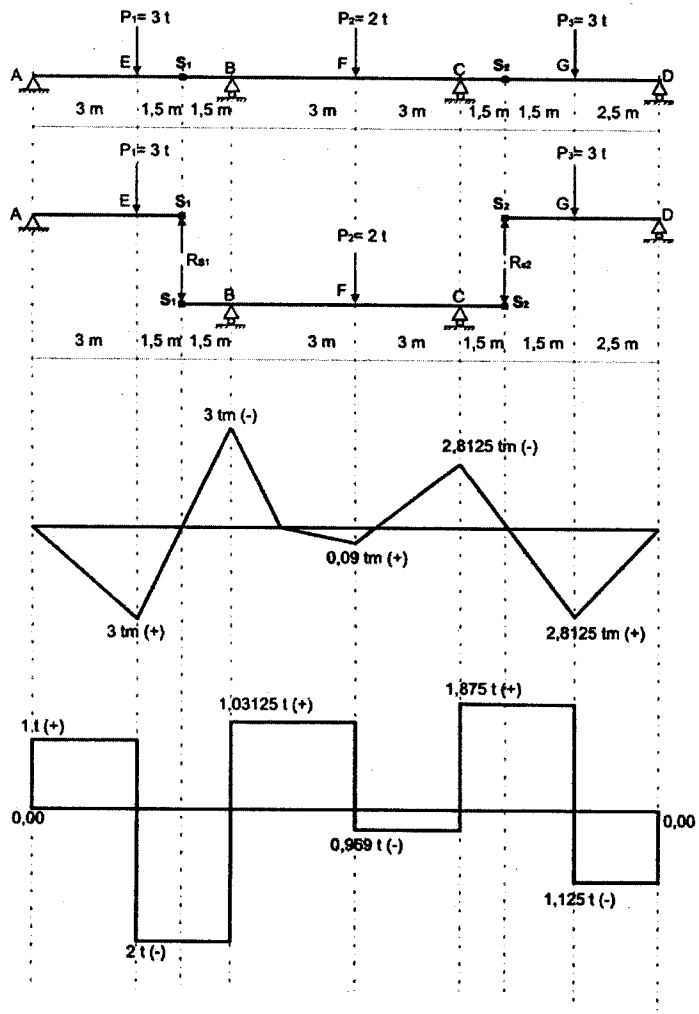
$$-R_D.4 + P_3.1{,}5 = 0$$

$$R_D = \frac{3.1{,}5}{4} = \frac{4{,}5}{4} = 1{,}125\ ton$$

Momen:

$$M_{S2} = M_D = 0$$

$$M_G = R_{S2}.1{,}5 = 1{,}875.1{,}5 = 2{,}8125\ tm$$



Gaya Lintang:

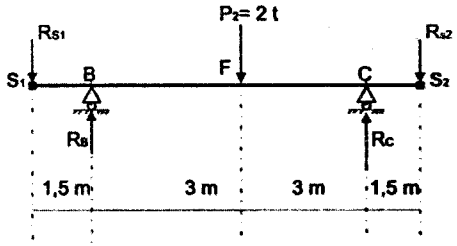
$$D_{S2} = R_{S2} = 1{,}875\ t$$

$$D_G = D_{S2} - P_3 = 1{,}875 - 3 = 1{,}125\ t(-)$$

$$D_D = D_G + R_D = -1{,}125 + 1{,}125 = 0{,}00\ t$$

Konstruksi S_1-B-C-S_2

Reaksi Tumpuan



$$\sum M_C = 0$$

$$R_B.6 - R_{S1}.7{,}5 - P_2.3 + R_{S2}.1{,}5 = 0$$

$$R_B = \frac{2.7{,}5 + 2.3 - 1{,}875.1{,}5}{6} = \frac{18{,}1875}{6} = 3{,}03125\,ton$$

$$\sum M_B = 0$$

$$-R_C.6 + R_{S2}.7{,}5 + P_2.3 - R_{S1}.1{,}5 = 0$$

$$R_C = \frac{1{,}875.7{,}5 + 2.3 - 2.1{,}5}{6} = \frac{17{,}0625}{6} = 2{,}84375\,ton$$

Momen:

$$M_{S1} = M_{S2}0$$

$$M_B = -R_{S1}.1{,}5 = 2.1{,}5 = 3\,tm(-)$$

$$M_F = -R_{S1}.4{,}5 + R_B.3 = -2.4{,}5 + 3{,}03125.3 = 0{,}09\,tm$$

$$M_C = -R_{S1}.7{,}5 + R_B.6 - P_2.3 = -2.7{,}5 + 3{,}03125.6 - 2.3$$
$$= 2{,}8125\,tm(-)$$

Gaya Lintang:

$$D_{S1} = -R_{S1} = 2t(-)$$

$$D_B = D_{S1} + R_B = -2 + 3{,}03125 = 1{,}03125t$$

$$D_F = D_B - P_2 = 1{,}03125 - 2 = 0{,}969t(-)$$

$$D_C = D_F + R_C = -0{,}969 + 2{,}84375 = 1{,}875t$$

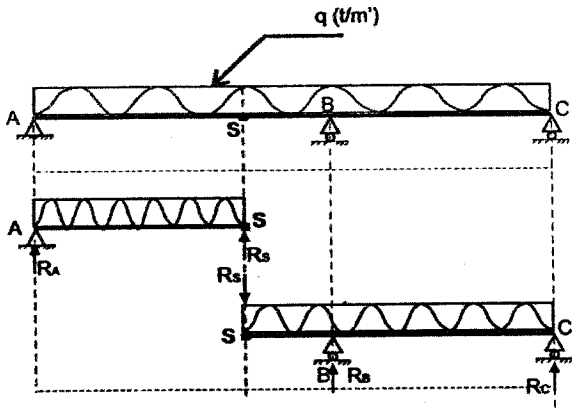
$$D_{S2} = D_C - R_{S2} = 1{,}875 - 1{,}875 = 0{,}00t$$

4.1.3 Konstruksi dengan 5 Tumpuan atau lebih

Untuk konstruksi bersendi banyak dengan 5 tumpuan atau lebih maka cara penyelesaian seperti telah dijelaskan di atas dapat di replokasi atau identik dengan penyelesaian di atas sesuai dengan permasalahannya. Perihal yang perlu diperhatikan dalam penempatan sendi tambahan adalah dengan memperhatikan pembebanan yang bekerja pada konstruksi tersebut. Hal ini penting dalam rangka menetapkan urutan tahapan penyelesaiannya.

4.2 Konstruksi Dengan Beban Terbagi Rata

Pada konstruksi bersendi banyak dengan beban terbagi rata pada dasarnya tidak jauh berbeda dengan konstruksi bersendi banyak yang dibebani dengan beban terpusat, penyelesaiannya dengan menggunakan prinsip balok ditumpu oleh 2 tumpuan sebagaimana telah dijelaskan pada bab sebelumnya yang perlu diperhatikan adalah penggambaran bidang momen maupun bidang gaya lintang pada penggabungan konstruksi karena akan terjadi bidang positif dan bidang negatif.



Gambar 4.3 *Konstruksi Dengan Beban Terbagi rata*

Pada penyelesaian konstruksi seperti diperlihatkan pada Gambar 4.3 juga dilakukan secara bertahap dengan tahapan sevagai berikut:

Tahap pertama: diselesaikan dulu perhitungan konstruksi A-S dengan cara seperti yang telah dijelaskan pada bab-bab sebelumnya dan akan didapat reaksi tumpuan R_A dan R_S, kemudian Reaksi tumpuan R_S nantinya akan menjadi beban pada Konstruksi S-B-C dengan perubahan arah gaya.

Tahap Kedua: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi S-B-C dengan beban R_S dan beban terbagi rata q, perhitungan dilakukan dengan cara perhitungan seperti yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya dapat digambarkan bidang momen, bidang gaya lintang dan bidang normal sesuai dengan permasalahannya.

Contoh 4.5

Sebuah konstruksi sepanjang 10 meter, ditumpu oleh 3 buah tumpuan dan dibebani dengan beban terbagi rata q = 2 t/m' seperti tergambar. Hitung dan gambarkan bidang momen dan bidang gaya lintang.

Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut

Jumlah Sendi Tambahan:

$S = (n - 2)$

$S = (3 - 2)$

$S = 1$

Konstruksi A-S:

Reaksi Tumpuan

$$Q = q.l = 2.4 = 8t$$

$$R_A = R_S = \frac{1}{2}8 = 4t$$

Momen:

$$M_A = M_{S1} = 0$$

$$M_D = \frac{1}{8}q.l^2 = \frac{1}{8}2.4^2 = 4tm$$

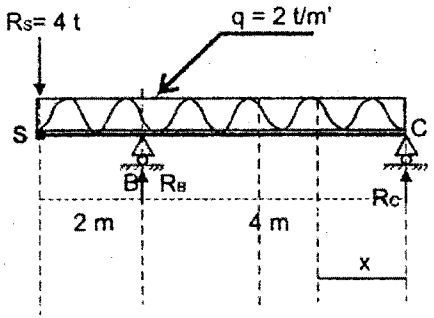
Gaya Lintang:

$$D_A = D_S = 4\ t$$

$$D_E = 0\ t(-)$$

Konstruksi S-B-C

Reaksi Tumpuan



$Q = q.l = 2.6 = 12t$

$Q_{BC} = q.\overline{BC} = 2.4 = 8t$

$Q_{SB} = q.\overline{SB} = 2.2 = 4t$

$Q_{BE} = q.\overline{BE} = 2.2 = 4t$

$Q_X = q.x = 2.xt$

$\sum M_C = 0$

$-R_S.6 + R_B.4 - Q.3 = 0$

$R_B = \frac{12.3 + 4.6}{4} = \frac{60}{4} = 15\ ton$

$\sum M_B = 0$

$-R_C.4 + Q_{BC}.2 - Q_{SB}.1 - R_S.2 = 0$

$R_C = \frac{8.2 - 4.1 - 4.2}{4} = \frac{4}{4} = 1ton$

Momen:

$M_S = M_C = 0$

$M_B = -R_S.2 - Q_{SB}.1 = -4.2 - 4.1 = 12\ tm(-)$

$M_E = -R_S.4 - Q_{SB}.3 + R_B.2 - Q_{BE}.1 = -4.4 - 4.3 + 15.2 - 4.1$

$M_E = 2tm(-)$

$M_X = -R_C.x + Qx.\frac{1}{2}x = -1.x + \frac{1}{2}q.x^2 = -x + x^2$

$\frac{dM_X}{dx} = 0$ maka

$-1 + 2x = 0$

$x = 0{,}5m$

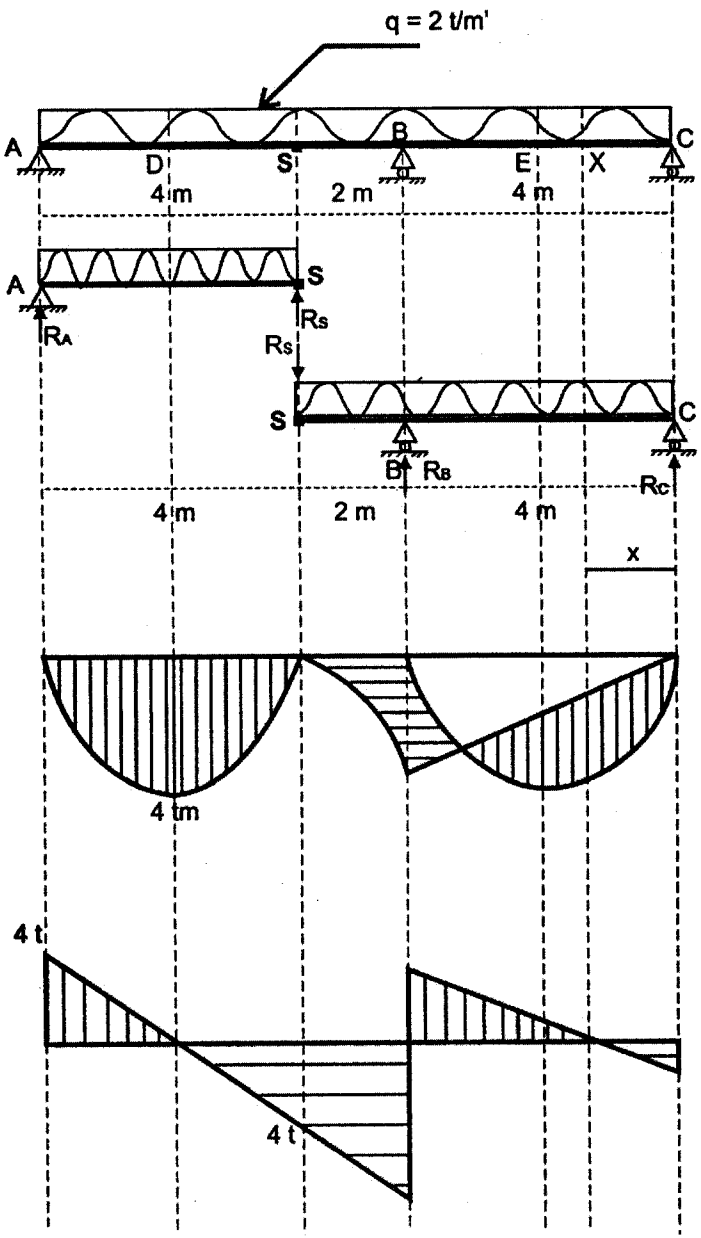
$M_X = -0{,}5 + 0{,}5^2 = 0{,}25tm(-)$

Gaya Lintang:

$D_S = -R_S = 4t(-)$

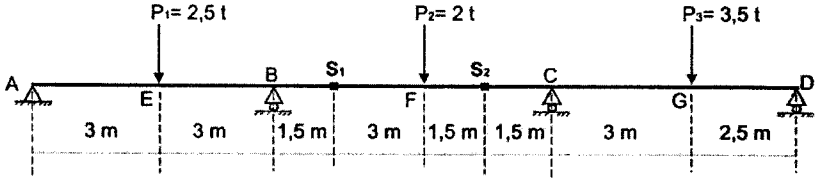
$D_B = D_S + R_B = -4 + 15 = 11t$

$D_C = D_B - Q_{BC} = 11 - 8 = 3\ t$

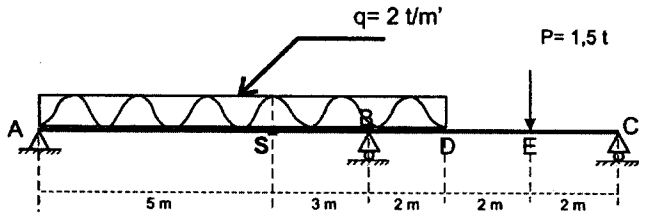


SOAL LATIHAN

1. Sebuah konstruksi sepanjang seperti tergambar, hitung dan Gambarkan Bidang Momen dan Bidang Gaya Lintang



2. Sebuah konstruksi sepanjang seperti tergambar, hitung dan Gambarkan Bidang Momen dan Bidang Gaya Lintang



-oo0oo-

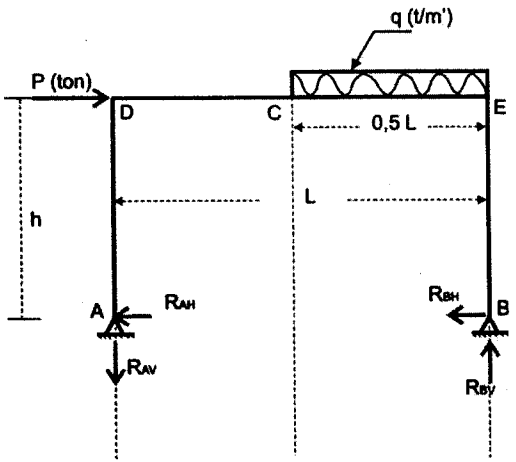
BAB 5

KONSTRUKSI PORTAL

Menjelaskan tentang Konstruksi Portal yaitu konstruksi balok yang mempunyai kaki-kaki. Pokok bahasan tentang Portal dengan kaki berbagai variasi, ada kaki yang sama tinggi dan ada juga kaki yang tidak sama tinggi. Analisa gaya dan menghitung momen, gaya lintang dan gaya normal dengan beban terpusat dan beban terbagi rata. Diharapkan dengan mempelajari bab ini maka pembaca dapat memahami penyelesaian momen, gaya lintang dan gaya normal pada Konstruksi Portal.

Portal adalah sebuah konstruksi gabungan balok gerber dalam bentuk konstruksi bersendi banyak dan konstruksi tersebut dikombinasikan dengan tiang penyangga. Konstruksi Portal dengan kondisi seperti ini diselesaikan dengan prinsip statis tertentu dalam artian bahwa keseimbangan gaya dan momen masih berlaku pada penyelesaiannya sebagaimana sudah dijelaskan pada BAB I tentang keseimbangan gaya berlaku prinsip keseimbangan gaya-gaya dalam arah vertikal dan horizontal dan keseimbangan momen pada tumpuan

dan dinyatakan pada persamaan (1.1), (1.2) dan (1.3). Persamaan tersebut menyatakan bahwa jumlah aljabar gaya-gaya pada arah vertikal haruslah sama dengan nol (persamaan 1.1), jumlah aljabar gaya-gaya dalam arah horizontal haruslah sama dengan nol (persamaan 1.2) dan jumlah momen pada titik tumpuan haruslah sama dengan nol. Dengan demikian terdapat 3 variabel yang akan diselesaikan dengan 3 buah persamaan. Secara matematis variabel tesebut dapat diselesaikan dengan cara persamaan linear.

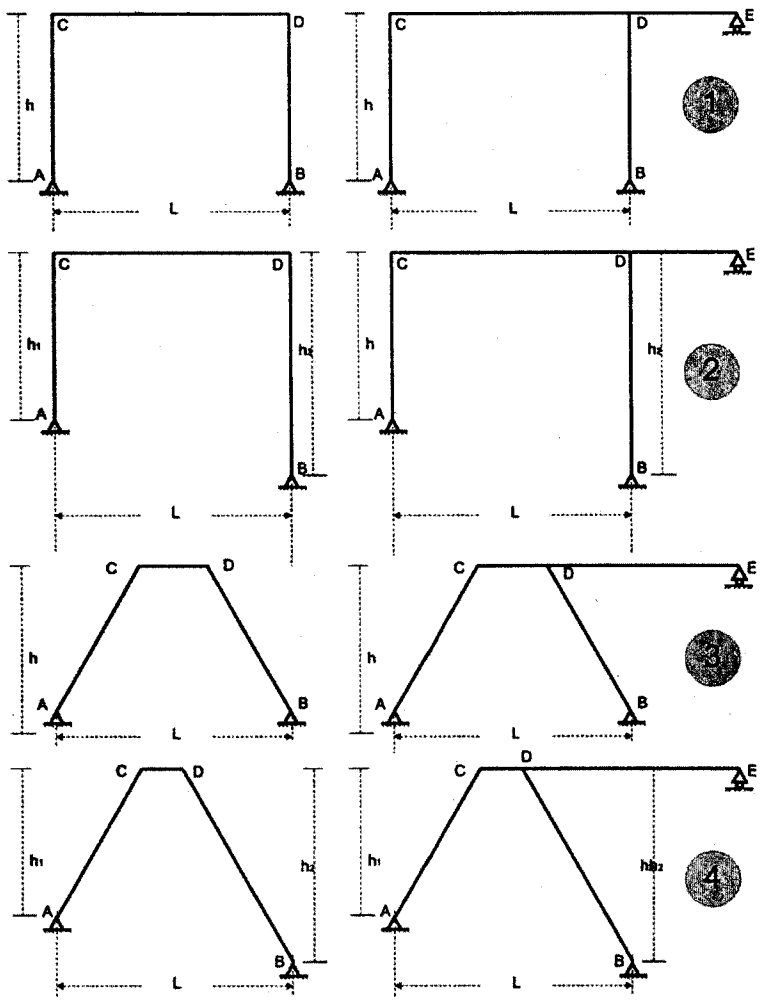


Gambar 5.1 *Konstruksi Portal*

Konstruksi portal seperti diperlihatkan pada Gambar 5.1 di mana sebuah konstruksi portal diberi beban terbagi rata dan beban terpusat maka reaksi pada tumpuan kaki akan timbul pada arah vertikal dan arah horizontal.

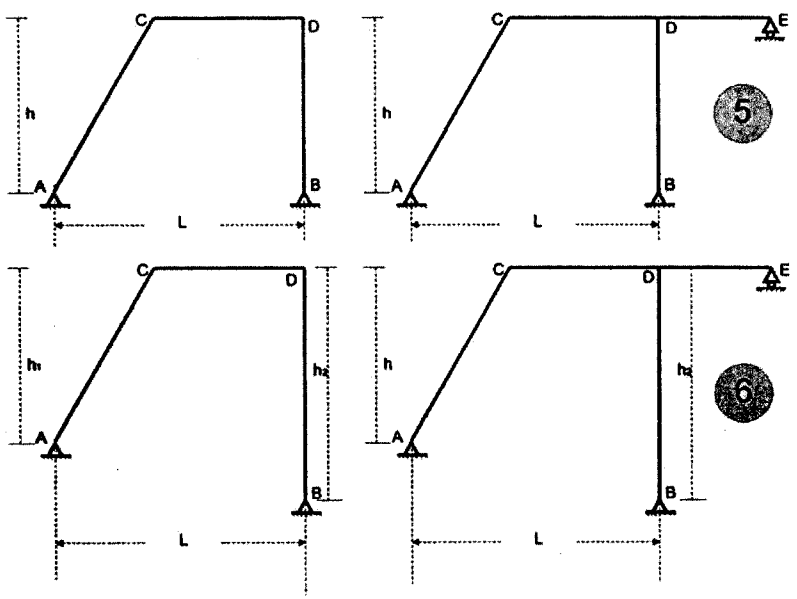
Berdasarkan bentuk dan konstruksinya maka portal dapat bervariasi seperti:

- Portal dengan kaki sama tinggi dan tegak lurus, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.a 1.
- Portal dengan kaki sama tinggi dan tegak lurus gabungan dengan balok gerber, seperti diperlihatkan Gambar 5.2.a 1.
- Portal dengan kaki tidak sama tinggi tegak lurus, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.a 2.
- Portal dengan kaki tidak sama tinggi tegak lurus gabungan dengan balok gerber, seperti diperlihatkan Gambar 5.2.a 2.



Gambar 5.2. a *Berbagai bentuk Konstruksi Portal*

- Portal dengan kedua kakinya miring dan sama tinggi, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.a 3.
- Portal dengan kedua kakinya miring dan sama tinggi dengan gabungan balok gerber, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.a 3.
- Portal dengan kedua kakinya miring dan tidak sama tinggi, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.a 4.
- Portal dengan kedua kakinya miring dan tidak sama tinggi dengan gabungan balok gerber, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.a 4.



Gambar 5.2. b *Berbagai bentuk Konstruksi Portal*

- Portal dengan satu kakinya tegak lurus dan kaki lainnya miring dan sama tinggi, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.b 5.
- Portal dengan satu kakinya tegak lurus dan kaki lainnya miring dan sama tinggi dengan gabungan balok gerber, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.b 5.

- Portal dengan satu kakinya tegak lurus dan kaki lainnya miring dan tidak sama tinggi, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.b 6
- Portal dengan satu kakinya tegak lurus dan kaki lainnya miring dan tidak sama tinggi dengan gabungan balok gerber, seperti diperlihatkan pada Gambar 5.2.b 6.

5.1 Portal dengan kaki sama tinggi

Pada portal dengan kaki sama tinggi dan tegak lurus merupakan bentuk portal yang sederhana dan penyelesaiannyapun cenderung lebih mudah. Untuk lebih mudah memahaminya berikut diberikan beberapa contoh soal yang nantinya dapat dijadikan referensi untuk penyelesaian pada persoalan yang mempunyai kemiripan dan cenderung serupa.

Contoh 5.1

Sebuah konstruksi portal mempunyai panjang bentang 6 m dan tinggi 4 m di beri beban terbagi rata dan beban terpusat seperti tergambar. Gambarkan Bidang Momen (M), Bidang Gaya Lintang (D) dan Bidang Normal (N)

Penyelesaian:

Reaksi tumpuan:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_{AV}.6 + P.4 - Q.1{,}5 = 0$$

$$R_{AV} = \frac{6.1{,}5 - 3.4}{6} = 0{,}5\,ton(-)$$

Hal ini menunjukkan bahwa Reaksi pada R_{AV} arahnya ke bawah

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_{BV}.6 + P.4 + Q.4{,}5 = 0$$

$$R_{BV} = \frac{6.4{,}5 + 3.4}{6} = 6{,}5\,ton$$

Konstruksi A-C:

$$\sum M_C = 0$$

$$R_{AH}.4 - R_{AV}.3 = 0$$

$$R_{AH} = \frac{0{,}5.3}{4} = 0{,}375\,ton$$

Konstruksi C-B:

$$\sum M_C = 0$$

$$R_{BH}.4 - R_{BV}.3 + Q.1{,}5 = 0$$

$$R_{BH} = \frac{6{,}5.3 - 6.1{,}5}{4} = 2{,}625\,ton$$

Momen:

$$M_A = M_B = 0$$

$$M_D = R_{AH}.4 = 0{,}375.4 = 1{,}5\,tm\,(+)$$

$$M_C = R_{AH}.4 - R_{AV}.3 = 0{,}375.4 - 0{,}5.3 = 0$$

$$M_E = R_{AH}.4 - R_{AV}.6 - Q.1{,}5 = 0{,}375.4 - 0{,}5.6 - 6.1{,}5 = 10{,}5\,tm\,(-)$$

Kontrol dari arah kanan:

$$M_E = -R_{BH}.4 = -2{,}625.4 = 10{,}5\,tm\,(-)$$

Gaya Lintang:

Batang AD

$$D_A = R_{AH} = 0{,}375t$$

Batang DE

$$D_D = R_{AV} = 0{,}5t(-)$$

$$D_E = D_D + Q - R_{BV} = -0{,}5 + 6 - 6.5 = 1t(-)$$

Batang BE

$$D_B = R_{BH} = 2{,}625t$$

Gaya Normal:

Batang AD

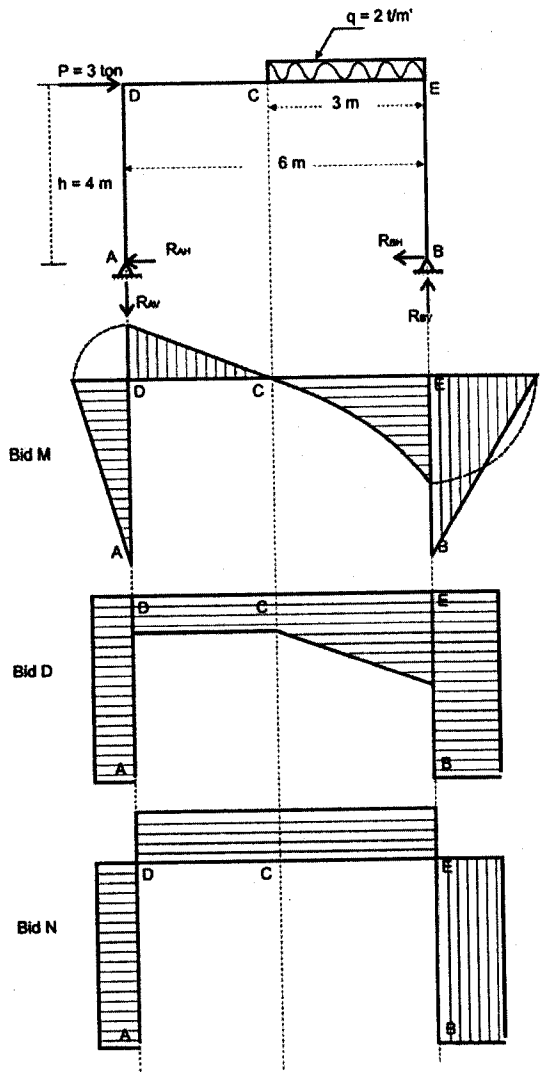
$$N_A = R_{AV} = 0{,}5t$$

Batang DE

$$N_D = R_{AH} = 0{,}375t(-)$$

Batang BE

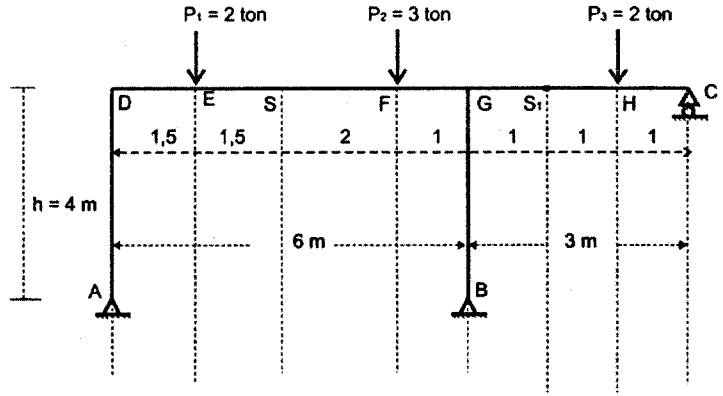
$$N_B = R_{BV} = 6{,}5t$$



Pada portal dengan kami sama tinggi dan tegak lurus yang digabungkan dengan balok gerber, pada dasarnya penyelesaiannya terbagi 2 bagian yaitu bagian portal dan bagian balok gerber. Berikut untuk memudahkan pemahamannya diberikan contoh soal sebagai berikut:

Contoh 5.2

Sebuah konstruksi portal seperti tergambar di beri P_1 = 2 t, P2 = 3 t dan P_3 = 2 t dengan jarak seperti tergambar.



Gambarkan Bidang Momen (M), Bidang Gaya Lintang (D) dan Bidang Normal (N).

Penyelesaian:

Dari masalah di atas maka konstruksi terdiri dari 2 bagian yaitu Konstruksi Balok Gerber S_1-C dan Konstruksi Portal ABDSGS$_1$.

Penyelesaian dilakukan terlebih dahulu pada Balok Gerber dengan prinsip penyelesaian balok ditumpu oleh 2 tumpuan kemudian diselesaikan konstruksi portal dan Reaksi RS_1 pada balok gerber menjadi beban pada konstruksi portal ABDSGS$_1$.

Konstruksi S_1-C

Reaksi Tumpuan:

$$\sum M_C = 0$$

$$R_{S1}.2 - P_3.1 = 0$$

$$R_{S1} = \frac{2.1}{2} = 1\,ton$$

$$\sum M_{S1} = 0$$

$$-R_C \cdot 2 + P_3 \cdot 1 = 0$$

$$R_C = \frac{2.1}{2} = 1\,ton$$

Momen:

$$M_{S1} = M_C = 0$$

$$M_H = R_{S1} \cdot 1 = 1.1 = 1\,tm(+)$$

Gaya Lintang:

$$D_{S1} = R_{S1} = 1\,t$$

$$D_C = D_{S1} - P_3 = 1 - 1 = 0$$

Gaya Normal: (Tidak ada karena tidak ada gaya yang sejajar serat balok gerber).

Konstruksi ABDSGS$_1$

Reaksi Tumpuan:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_{AV} \cdot 6 - P_1 \cdot 4{,}5 - P_2 \cdot 1 + R_{S1} \cdot 1 = 0$$

$$R_{AV} = \frac{P_1 \cdot 4{,}5 + P_2 \cdot 1 - R_{S1} \cdot 1}{6}$$

$$R_{AV} = \frac{2 \cdot 4{,}5 + 3.1 - 1.1}{6} = \frac{11}{6} = 1{,}8\,t$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_{BV} \cdot 6 + P_2 \cdot 5 + P_1 \cdot 1{,}5 + R_{S1} \cdot 7 = 0$$

$$R_{BV} = \frac{3.5 + 2.1{,}5 + 1.7}{6} = \frac{25}{6} = 4{,}2\,t$$

$$\sum M_S = 0$$

$$-R_{AH} \cdot 4 + R_{AV} \cdot 3 - P_1 \cdot 1{,}5 = 0$$

$$R_{AH} = \frac{1{,}8.3 - 2.1{,}5}{4} = \frac{2{,}4}{4} = 0{,}6\,ton$$

$$R_{BH} \cdot 4 - R_{BV} \cdot 3 + P_2 \cdot 2 + R_{S1} \cdot 4 = 0$$

$$R_{BH} = \frac{4{,}2.3 - 3.2 - 1.4}{4} = \frac{2{,}6}{4} = 0{,}65\,ton$$

Momen:

Batang AD

$$M_A = 0$$

$$M_D = -R_{AH} \cdot 4 = -0{,}6.4 = 2{,}4\,tm(-)$$

Batang DESFG

$$M_D = 2{,}4\,tm(-)$$

$$M_E = R_{Av} \cdot 1{,}5 - R_{AH} \cdot 4 = 1{,}8.1{,}5 - 0{,}6.4 = 0{,}3\,tm(+)$$

$$M_S = R_{Av} \cdot 3 - R_{AH} \cdot 4 - P_1 \cdot 1{,}5 = 1{,}8.3 - 0{,}6.4 - 2.1{,}5 = 0$$

$$M_F = R_{Av} \cdot 5 - R_{AH} \cdot 4 - P_1 \cdot 3{,}5 = 1{,}8.5 - 0{,}6.4 - 2.3{,}5 = 0{,}4\,tm(-)$$

$$M_{G1} = R_{Av} \cdot 6 - R_{AH} \cdot 4 - P_1 \cdot 4{,}5 - P_2 \cdot 1 = 1{,}8.6 - 0{,}6.4 - 2.4{,}5 - 3.1$$

$$M_{G1} = 3{,}6\,tm(-)$$

Batang BG

$M_B = 0$

$M_{G2} = -(R_{BH} . 4) = -0{,}65 . 4 = 2{,}6\,tm\,(-)$

Batang G-S_1

$M_{S1} = 0$

$M_{G3} = -(R_{S1} . 1) = -1 . 1 = 1\,tm\,(-)$

Kontrol:

$M_{G1} = M_{G2} + M_{G3}$

$3{,}6 = 2{,}6 + 1$

Gaya Lintang:

Batang AD

$D_A = R_{AH} = 0{,}6\,t$

Batang DESFG

$D_D = R_{AV} = 1{,}8\,t$

$D_E = D_D - P_1 = 1{,}8 - 2 = -0{,}2\,t(-)$

$D_F = D_E - P_2 = -0{,}2 - 3 = -3{,}2\,t(-)$

$D_G = D_F + R_{BV} = -3{,}2 + 4{,}2 = 1\,t(+)$

$D_{S1} = D_G - R_{S1} = 1 - 1 = 0$

Batang BG

$D_B = R_{BH} = 0{,}65\,t$

Gaya Normal

Batang AD

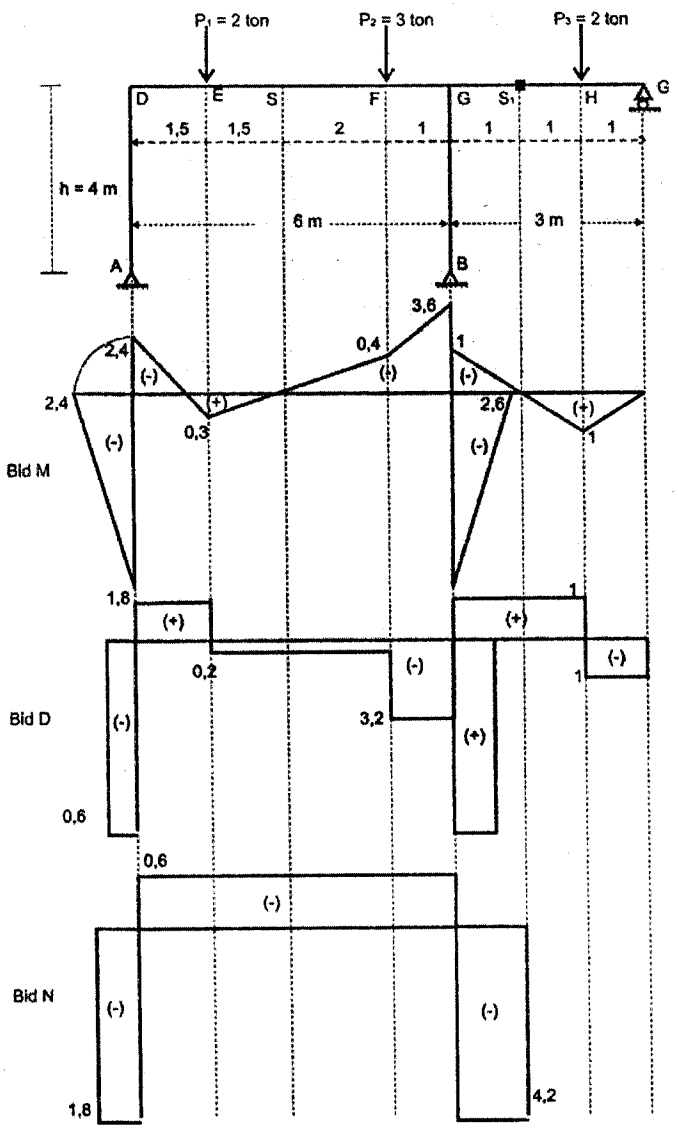
$N_A = R_{AV} = 1{,}8\,t$

Batang DESFG

$N_D = R_{AH} = 0{,}6\,t$

Batang BG

$N_B = R_{BV} = 4{,}2\,t$

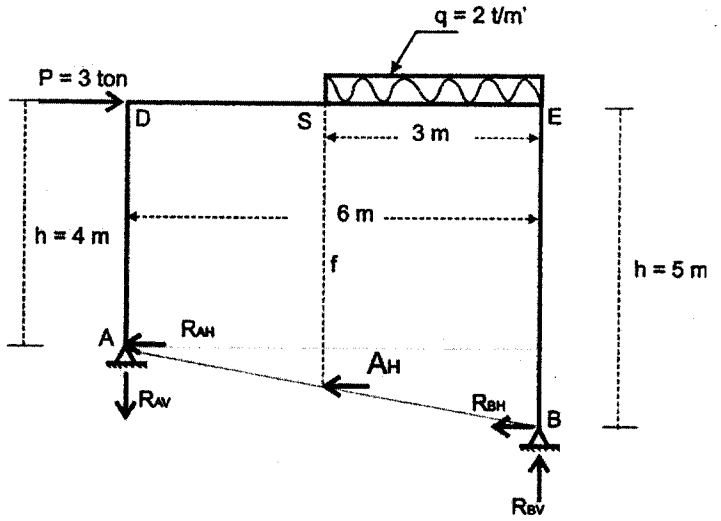


5.2 Portal dengan kaki tidak sama tinggi

Pada portal dengan kami tidak sama tinggi dan tegak lurus penyelesaiannya sedikit lebih komplek dari portal dengan kaki sama tinggi khususnya pada bagian momen. Berikut untuk memudahkan pemahamannya diberikan contoh soal berikut.

Contoh 5.3

Sebuah konstruksi portal mempunyai panjang bentang 6 m dan kaki tidak sama tinggi. Pada bagian A-D tinggi 4 m dan pada bagian B-E tinggi kaki 5 m, di beri beban terbagi rata dan beban terpusat seperti tergambar. Gambarkan Bidang Momen (M), Bidang Gaya Lintang (D) dan Bidang Normal (N).



Penyelesaian:

Reaksi tumpuan:

$\sum M_B = 0$

$$-R_{AV}.6+P.5-Q.1{,}5=0$$

$$R_{AV}=\frac{3.5-6.1{,}5}{6}=\frac{15-9}{6}=1t$$

$$\sum M_A=0$$

$$-R_{BV}.6+P.4+Q.4{,}5=0$$

$$R_{BV}=\frac{3.4+6.4{,}5}{6}=\frac{12+27}{6}=6{,}5t$$

Mencari R_{AH} akibat beda tinggi kaki portal diasumsikan bekerja pada titik S (dipindahkan ke titik S) maka:

$$\sum M_S=0$$

$$R_{AH}.f+P.0-R_{AV}.3=0$$

$$R_{AH}=\frac{3.0-1.3}{4{,}5}=\frac{3}{4{,}5}=0{,}67t$$

$$R_{BH}.f+Q.1{,}5-R_{BV}.3=0$$

$$R_{BH}=\frac{6{,}5.3-6.1{,}5}{4{,}5}=\frac{19.5-9}{6}=\frac{10{,}9}{4{,}5}=2{,}33t$$

Kontrol:

$$\sum H=0$$

$$P-R_{AH}-R_{BH}=0$$

$$3-0{,}67-2{,}33=0 \text{ (oke)}$$

Dari beda tinggi kaki portal (5-4) = 1m maka dapat dibuat perbandingan antara R_{AH} dengan R_{AV2} sebagai berikut:

$$6:3=1:0{,}5$$

$$R_{AH}:R_{AV2}=1:0{,}5$$

$$\frac{0{,}67}{R_{AV2}}=\frac{1}{0{,}5}$$

$$R_{AV2}=0{,}5.0{,}67=0{,}33t$$

$$R_{BV2}=0{,}5.2{,}33=1{,}17t$$

Sehingga:

$$R_{AV}=R_{AV1}-R_{AV2}=1-0{,}33=0{,}67\ t$$

$$R_{BV}=R_{BV1}-R_{BV2}=6{,}5-1{,}17=5{,}33\ t$$

Kontrol:

$$\sum V=0$$

$$Q-R_{AV}-R_{BV}=0$$

$$6-0{,}67-5{,}33=0 \text{ (oke)}$$

Momen:

$$M_A=M_B=0$$

$$M_D=R_{AH}.4=0{,}67.4=2{,}67tm(+)$$

$$M_S=0$$

$$M_E=R_{AH}.4-R_{AV}.6-Q.1{,}5=0{,}67.4-0{,}67.6-6.1{,}5=10{,}34tm(-)$$

Gaya Lintang:

Batang AD

$$D_A = R_{AH} = 0{,}67\,t$$

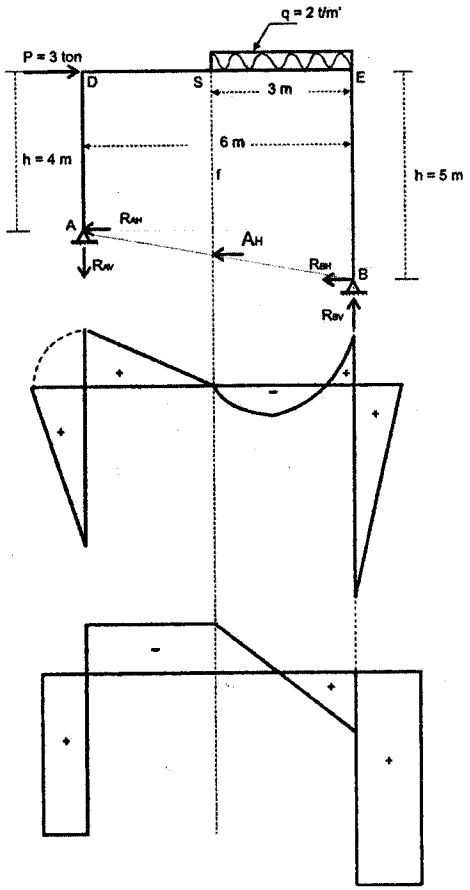
Batang DE

$$D_D = R_{AV} = 0{,}67\,t(-)$$

$$D_E = D_D + Q - R_{BV} = -0{,}67 + 6 - 5.33 = 0\,t(-)$$

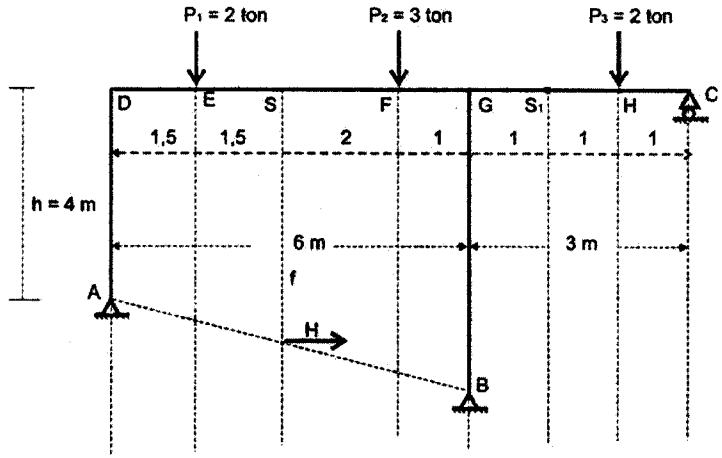
Batang BE

$$D_B = R_{BH} = 2{,}33\,t$$



Contoh 5.4

Sebuah konstruksi portal mempunyai panjang bentang 6 m dan kaki tidak sama tinggi dan balok Gerber seprti tergambar. Pada bagian A-D tinggi 4 m dan pada bagian B-E tinggi kaki 5 m, di beri beban terbagi rata dan beban terpusat seperti tergambar. Gambarkan Bidang Momen (M), Bidang Gaya Lintang (D) dan Bidang Normal (N).



Penyelesaian:

Konstruksi S_1-C

Reaksi Tumpuan:

$$\sum M_C = 0 \qquad \sum M_{S1} = 0$$

$$R_{S1}.2 - P_3.1 = 0 \qquad -R_C.2 + P_3.1 = 0$$

$$R_{S1} = \frac{2.1}{2} = 1\ ton \qquad R_C = \frac{2.1}{2} = 1\ ton$$

Momen:

$$M_{S1} = M_C = 0$$

$$M_H = R_{S1}.1 = 1.1 = 1\ tm(+)$$

Gaya Lintang:

$$D_{S1} = R_{S1} = 1\ t$$

$$D_C = D_{S1} - P_3 = 1 - 1 = 0$$

Gaya Normal: (Tidak ada karena tidak ada gaya yang sejajar serat balok gerber).

Konstruksi ABDSGS$_1$

Reaksi Tumpuan:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_{AV}.6 - P_1.4{,}5 - P_2.1 + R_{S1}.1 = 0$$

$$R_{AV} = \frac{P_1.4{,}5 + P_2.1 - R_{S1}.1}{6}$$

$$R_{AV} = \frac{2.4{,}5 + 3.1 - 1.1}{6} = \frac{11}{6} = 1{,}8\ t$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_{BV}.6 + P_2.5 + P_1.1{,}5 + R_{S1}.7 = 0$$

$$R_{BV} = \frac{3.5 + 2.1{,}5 + 1.7}{6} = \frac{25}{6} = 4{,}2t$$

$$\sum M_S = 0$$

$$-R_{AH}.4 + R_{AV}.3 - P_1.1{,}5 = 0$$

$$-R_{AH}.4 + R_{AV}.3 - P_1.1{,}5 = 0$$

$$R_{AH} = \frac{1{,}8.3 - 2.1{,}5}{4} = \frac{2{,}4}{4} = 0{,}6\ ton$$

$$R_{BH}.5 + P_2.2 - R_{BV}.3 + R_{S1}.4 = 0$$

$$R_{BH}.5 + 3.2 - 4{,}2.3 + 1.4 = 0$$

Momen:

$$R_{BH} = \frac{4{,}2.3 - 3.2 - 1.4}{5} = \frac{2{,}6}{5} = 0{,}52\ t$$

Batang AD

$$M_A = 0$$

$$M_D = -R_{AH}.4 = -0{,}6.4 = 2{,}4\ tm(-)$$

Batang DESFG

$$M_D = 2{,}4\ tm(-)$$

$$M_E = R_{Av}.1{,}5 - R_{AH}.4 = 1{,}8.1{,}5 - 0{,}6.4 = 0{,}3\ tm(+)$$

$$M_S = R_{Av}.3 - R_{AH}.4 - P_1.1{,}5 = 1{,}8.3 - 0{,}6.4 - 2.1{,}5 = 0$$

$$M_F = R_{Av}.5 - R_{AH}.4 - P_1.3{,}5 = 1{,}8.5 - 0{,}6.4 - 2.3{,}5 = 0{,}4\ tm(-)$$

$$M_{G1} = R_{Av}.6 - R_{AH}.4 - P_1.4{,}5 - P_2.1 = 1{,}8.6 - 0{,}6.4 - 2.4{,}5 - 3.1 = 3{,}6\,tm(-)$$

Batang BG

$$M_B = 0$$

$$M_{G2} = -(R_{BH}.4) = -0{,}58.4 = 2{,}32\,tm(-)$$

Batang G-S_1

$M_{S1} = 0$

$M_{G3} = -(R_{S1}.1) = -1.1 = 1\,tm\,(-)$

Gaya Lintang:

Batang AD

$D_A = R_{AH} = 0{,}6t$

Batang DESFG

$D_D = R_{AV} = 1{,}8t$

$D_E = D_D - P_1 = 1{,}8 - 2 = -0{,}2\,t(-)$

$D_F = D_E - P_2 = -0{,}2 - 3 = -3{,}2\,t(-)$

$D_G = D_F + R_{BV} = -3{,}2 + 4{,}2 = 1t(+)$

$D_{S1} = D_G - R_{S1} = 1 - 1 = 0$

Batang BG

$D_B = R_{BH} = 0{,}65t$

Gaya Normal

Batang AD

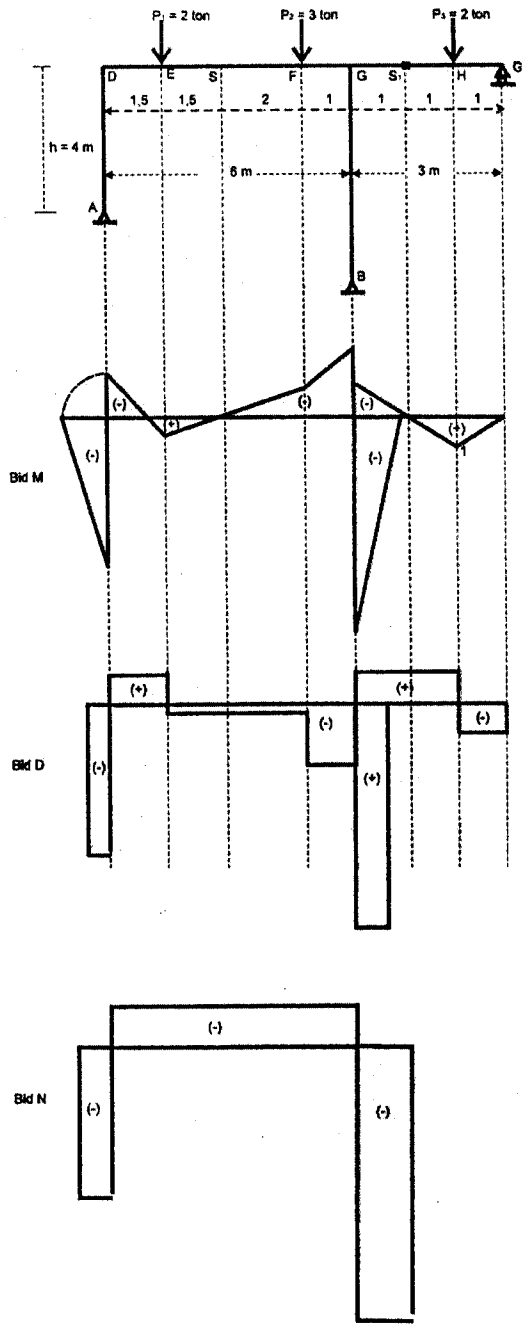
$N_A = R_{AV} = 1{,}8t$

Batang DESFG

$N_D = R_{AH} = 0{,}6t$

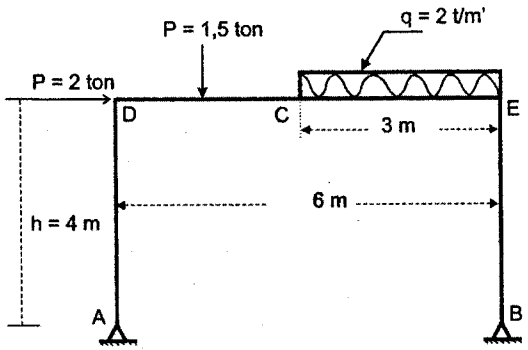
Batang BG

$N_B = R_{BV} = 4{,}2t$

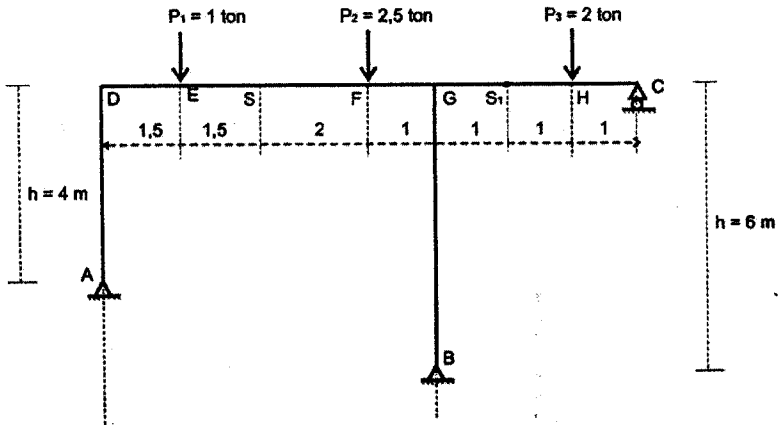


SOAL LATIHAN

1. Sebuah konstruksi portal seperti tergambar. Hitung Momen, Gaya Lintang, Gaya Normal dan gambarkan Bidang Momen (M), Bidang Gaya Lintang (D) dan Bidang Normal (N).



2. Sebuah konstruksi portal seprti tergambar. Hitung Momen, Gaya Lintang, Gaya Normal dan gambarkan Bidang Momen (M), Bidang Gaya Lintang (D) dan Bidang Normal (N).



-oo0oo-

DAFTAR PUSTAKA

Canonica, L. M.Sc. CE. ETHZ, 1988, *Memahami Mekanika Teknik*, Angkasa, Bandung

Husin Bustam, 1981, *Mekhanika Tekhnik*, Himpunan Mahasiswa Sipil, Unsyiah, Banda Aceh

Popov, E.P, 1978, *Mekanika Teknik – Edisi kedua*, Erlangga, Jakarta

Soemono, 1984, *Statika*, ITB, Bandung

Soemono, Prof. Ir., 1985, *Ilmu Gaya*, Djambatan, Bandung

Wesli, Ir., 2002, *Penyelesaian Mekanika Teknik*, Jurusan Teknik Sipil,. Unimal, Lhokseumawe

TENTANG PENULIS

Ir. Wesli, MT, lahir di Belawan pada 9 Mei 1961. Pendidikan Sekolah Dasar (SD) diselesaikan pada tahun 1974 di SD Negeri No. 2 Sabang, SMP diselesaikan pada tahun 1979 di SMP Negeri I Sabang, SMA diselesaikan pada tahun 1981 di SMA Negeri I Sabang. Sarjana S1 di Fakultas Teknik Jurusan Teknik Sipil Universitas Syiah Kuala Darussalam Banda Aceh (selesai 1988). Pascasarjana diselesaikan di Magister Teknik Sipil Universitas Syiah Kuala Darussalam Banda Aceh (selesai tahun 2005) dengan predikat *Cumlaude*. Tahun 1989 – 1992 penulis bekerja di PT. Meta Epsi Engineering yang berpusat di Jakarta dengan lokasi kerja di Plant Site PT. Arun NGL. Tahun 1992 – 2000 penulis bekerja pada perusahaan PT. Arun NGL. Sejak tahun 1989 sampai saat ini penulis berprofesi sebagai dosen pada Jurusan Teknik Sipil Universitas Malikussaleh, Tahun 2003 – 2004 menjabat Ketua Jurusan, Tahun 2004 – 2005 menjabat ketua program Hibah A1 Jurusan Teknik Sipil. Mata kuliah yang diampu antara lain Drainase perkotaan, Hidrolika, Metodelogi Penelitian, dan Mekanika Rekayasa. Tahun 2006 menjadi dosen luar biasa pada Magister Teknik Sipil PPS Universitas Syiah Kuala mengampu mata kuliah Hidrologi, Metode Numerik, Metodologi Penelitian dan Statistik. Tahun 2006 – 2008 sebagai *Privincial Project Manager* pada Proyek SSPDA (*Strengthening*

Sustainable Peace and Development in Acheh) dan pada Mei 2008 sebagai Tenaga Ahli pada *Team Technical Assistance* (TTA) Kabupaten Aceh Utara.

Tahun 1996 menikah dengan Hindun Farah Fatini karyawati pada PT. Arun NGL, saat ini dikaruniai anak laki-laki berusia 13 tahun Farly Andhareshi yang duduk di bangku kelas 7 Sekolah Menengah Pertama (SMP-Yapena).

Selain sebagai dosen, penulis juga aktif sebagai anggota Komisi irigasi Kabupaten Aceh Utara dan juga aktif menulis paper dan menulis opini pada surat kabar Serambi Indonesia mencermati masalah ketekniksipilan.